ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН ПО АРХИТЕКТУРЕ И СТРОИТЕЛЬСТВУ

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПРОЕКТНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРНЫХ ИЗЫСКАНИЙ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ, ГЕОИНФОРМАТИКИ И ГРАДОСТРОИТЕЛЬНОГО КАДАСТРА «O'ZGASHKLITI» DUK

УДК 528.94

ПОСОБИЕ
ПО ПЕРЕХОДУ ИЗ ОДНОЙ СИСТЕМЫ КООРДИНАТ В ДРУГУЮ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ ИНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗЫСКАНИЙ

Ташкент – 2013 г.

Узбекистан, Ташкент 100096, ул. Катартал, 38. Тел:(99871) 273-04-82, (99871) 278-41-05, факс: (99871) 273-86-09, эл. почта info@uzgashkliti.uz, веб-страница: www.uzgashkliti.uz

Разработано и внесено:

Государственный проектный научно-исследовательский институт инженерных изысканий в строительстве геоинформатики и градостроительного кадастра «O’ZGASHKLITI»

Утверждено приказом Госархитектстроя за № 83 от 23.08.2013 г.

Пособие по переходу из одной системы координат в другую при производстве инженерно-геодезических изысканий

Авторы-составители:
«O’ZGASHKLITI» - Ю.Д. Магрупов, И.С. Ахмедов (идеология, формирование структуры, общая редакция), Никитюк Л.Я.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

Вхождение навигационных и геоинформационных технологий в сферу геоинформационного обеспечения градостроительной деятельности кардинально изменило базовые требования по представлению геоинформации о территории как по форме (2D, 3D) так и по структуре.

Одним из остовов базовых требований является единство системы координат для обеспечения высокой точности определения местоположения точек топографии местности описываемого пространственными координатами (X,Y,H), которые в последующем трансформируются аппаратно-программными комплексами в детальные и содержательные крупномасштабные топографические планы(1:1000, 1:500, 1:200, 1:100 и т.д.) используемые для рабочего проектирования зданий и сооружений (проектной документации) по всем отраслям экономики народного хозяйства. Известно, что проектная документация конвертируется в последующем в пространственные координаты (X,Y,H) для геодезического обеспечения процесса строительства объекта. В практике производства инженерно-геодезических изысканий используются различные системы координат (СК) и в том числе СК-42, СК-63, WGS-84, местные системы координат (МСК). Актуальной задачей является представление фактических результатов геодезических измерений в принятой для данного региона, территории системе координат путем перевычисления координат из одной системы в другую с учетом элементов трансформирования и поверхности относимости. Решение задач транзакции системы координат базируется на фундаментальных понятиях высшей геодезии, национальной референцной системой координат СК-42, геодезических параметрах Земли. Авторами предпринята попытка через предлагаемое пособие доступно довести несложные алгоритмы транзакции координат для решения практических задач геоинформационного обеспечения градостроительной деятельности.

Глава 2 пособия рассматривает общие вопросы о системах координат, применяемых в геодезии и картографии, переходов из одной системы координат в другую, об основных параметрах земного эллипсоида и соотношения между ними, вычислениях плоских прямоугольных и пространственных координат по геодезическим, вопросы перехода из системы координат 6-ти градусной зоны в 3-х градусную зону и др.

Наиболее актуальная, простая и рациональная и повседневно применяемая и разработанная методика перехода из СК42 в МСК дана в главах 3-4 пособия с контрольными примерами вычислений (приложения 1-7).

Настоящее «Пособие» разработано в развитие градостроительных норм и правил ШНК 1.02.08-09 «Опорная геодезическая сеть» и будет полезным не только для производственных специалистов, но и преподавателям, студентам высших и специальных учебных заведений геодезического профиля.

1. Термины и определения [3]

Потенциал силы тяжести Земли - величина, численно равная работе по переносу единицы массы в поле силы тяжести Земли из бесконечности в данную точку.

Нормальное значение ускорения силы тяжести Земли - значение ускорения силы тяжести Земли, соответствующее ее теоретической модели.

Нормальное значение потенциала силы тяжести Земли - значение потенциала силы тяжести Земли, соответствующее ее теоретической модели.

Возмущающий потенциал силы тяжести Земли - разность между потенциалом силы тяжести Земли и его нормальным значением.

Геопотенциальная величина - разность значений потенциала силы тяжести в данной точке земной поверхности и на поверхности геоида.

Аномалия силы тяжести Земли - разность между измеренным значением силы тяжести Земли и ее нормальным значением в данной точке.

Уровенная поверхность - поверхность, на которой потенциал силы тяжести Земли всюду имеет одно и то же значение.

Геоид – фигура Земли, образованная уровенной поверхностью, совпадающей с поверхностью Мирового океана в состоянии полного покоя и равновесия и продолженной под материками.

Силовая линия поля силы тяжести Земли - пространственная кривая, в каждой точке которой ее касательная совпадает с направлением действия силы тяжести Земли.

Отвесная линия - прямая, совпадающая с направлением действия силы тяжести в данной точке.

Земной эллипсоид - эллипсоид, который характеризует фигуру и размеры Земли.

Референц-эллипсоид - земной эллипсоид, принятый для обработки геодезических измерений и установления системы геодезических координат.

Уровенный эллипсоид - земной эллипсоид, на поверхности которого потенциал силы тяжести всюду имеет одно и то же значение.

Земной сфероид - фигура, которую приняла бы Земля, находясь в состоянии гидростатического равновесия и под влиянием только сил взаимного тяготения ее частиц и центробежной силы ее вращения около неизменной оси.

Уровенный сфероид - земной сфероид, на поверхности которого потенциал силы тяжести всюду имеет одно и то же значение.

Высота геоида - высота поверхности геоида над поверхностью земного эллипсоида по нормали к нему в данной точке.

Уклонение отвесной линии - угол между отвесной линией и нормалью к поверхности земного эллипсоида в данной точке.

Примечание: уклонениям отвесных линий в зависимости от метода их определения могут присваиваться собственные названия.

Астрономическое нивелирование поверхности геоида - метод определения высоты геоида по астрономо-геодезическим данным.

Астрономо-гравиметрическое нивелирование - метод определения высоты геоида путем совместного использования астрономо- геодезических и гравиметрических данных.

Геодезические координаты - три величины, две из которых характеризуют направление нормали к поверхности земного эллипсоида в данной точке пространства относительно плоскостей его экватора и начального меридиана, а третья является высотой точки над поверхностью земного эллипсоида.

Плоскость геодезического меридиана - плоскость, проходящая через нормаль к поверхности земного эллипсоида в данной точке и параллельная его малой оси.

Геодезическая широта - угол, образованный нормалью к поверхности земного эллипсоида в данной точке и плоскостью его экватора.

Геодезическая долгота - двугранный угол между плоскостями геодезического меридиана данной точки и начального геодезического меридиана.

Геодезическая высота - высота точки над поверхностью земного эллипсоида.

Ортометрическая высота - высота точки над поверхностью геоида.

Нормальная высота - величина, численно равная отношению геопотенциальной величины в данной точке к среднему значению нормальной силы тяжести Земли по отрезку, отложенному от поверхности земного эллипсоида.

Динамическая высота - величина, численно равная отношению геопотенциальной величины в данной точке к некоторому постоянному значению ускорения силы тяжести Земли.

Астрономические координаты - компоненты направления отвесной линии в данной точке пространства относительно плоскости, перпендикулярной к оси вращения Земли, и плоскости начального астрономического меридиана.

Плоскость астрономического меридиана - плоскость, проходящая через отвесную линию в данной точке и параллельная оси вращения Земли

Астрономическая широта - Угол, образованный отвесной линией в данной точке и плоскостью, перпендикулярной к оси вращения Земли.

Астрономическая долгота - двугранный угол между плоскостями астрономического меридиана данной точки и начального астрономического меридиана.

Географические координаты - обобщенное понятие об астрономических и геодезических координатах, когда уклонения отвесных линий не учитывают.

Геоцентрические координаты - величины, определяющие положение точки в системе координат, у которой начало совпадает с центром масс Земли.

Плоскость геоцентрического меридиана - плоскость, проходящая через данную точку и ось вращения Земли.

Геоцентрический радиус-вектор - линия, соединяющая центр масс Земли с данной точкой.

Геоцентрическая широта - угол, образованный геоцентрическим радиусом-вектором и плоскостью, перпендикулярной к оси вращения Земли.

Геоцентрическая долгота - двугранный угол между плоскостями геоцентрического меридиана данной точки и начального геоцентрического меридиана.

Плоскость начального меридиана - плоскость меридиана, от которой ведется счет долгот.

Плоские прямоугольные геодезические координаты - прямоугольные координаты на плоскости, на которой отображена по определенному математическому закону поверхность земного эллипсоида

Топоцентрические координаты - координаты, началом счета которых является точка местности.

Горизонтальные координаты - топоцентрические координаты, одной из осей системы которых является отвесная линия или нормаль к поверхности земного эллипсоида, проходящие через данную точку.

Горизонтальная плоскость - плоскость, перпендикулярная к отвесной линии, проходящей через данную точку.

Вертикальная плоскость - плоскость, проходящая через отвесную линию данной точки.

Горизонтальный угол - двугранный угол, лежащий в горизонтальной плоскости и образованный вертикальными плоскостями, проходящими через отвесную линию в данной точке и направления на соседние точки.

Вертикальный угол - угол, лежащий в вертикальной плоскости.

Зенит - точка пересечения отвесной линии или нормали к поверхности земного эллипсоида с небесной сферой.

Астрономический зенит - точка пересечения отвесной линии с небесной сферой.

Геодезический зенит - точка пересечения нормали к поверхности земного эллипсоида с небесной сферой.

Зенитное расстояние - угол между направлениями на зенит данной точки и на другую точку.

Астрономическое зенитное расстояние - угол между направлениями на астрономический зенит данной точки и на другую точку.

Геодезическое зенитное расстояние - угол между направлениями на геодезический зенит данной точки и на другую точку.

Географический азимут - двугранный угол между плоскостью меридиана данной точки и вертикальной плоскостью, проходящей в данном направлении, отсчитываемый от направления на север по ходу часовой стрелки.

Астрономический азимут - двугранный угол между плоскостью астрономического меридиана данной точки и вертикальной плоскостью, проходящей в данном направлении, отсчитываемый от направления на север по ходу часовой стрелки.

Геодезический азимут - двугранный угол между плоскостью геодезического меридиана данной точки и плоскостью, проходящей через нормаль в ней и содержащей данное направление, отсчитываемый от направления на север по ходу часовой стрелки.

Горизонтальное проложение - длина проекции линии на горизонтальную плоскость.

Дирекционный угол - угол между проходящим через данную точку направлением и линией, параллельной оси абсцисс, отсчитываемый от северного направления оси абсцисс по ходу часовой стрелки.

Примечание. В зависимости от выбора системы поверхностных координат или проекции земного эллипсоида на плоскость дирекционный угол может иметь собственное название, например, геодезический дирекционный угол, гауссов дирекционный угол и т.д.

Прямая геодезическая задача - определение координат конечной точки линии по ее длине, направлению и координатам начальной точки.

Обратная геодезическая задача - определение длины и направления линии по данным координатам ее начальной и конечной точек.

Осевой меридиан - меридиан, принятый за ось какой-либо системы координат на поверхности.

Сближение меридианов - угол в данной точке между ее меридианом и линией, параллельной оси абсцисс или осевому меридиану.

Примечание. В зависимости от выбора проекции земного эллипсоида на плоскость сближение меридианов может иметь собственное название, например, геодезическое сближение меридианов, гауссово сближение меридианов.

Геодезическая сеть - сеть закрепленных точек земной поверхности, положение которых определено в общей для них системе геодезических координат.

Астрономо-геодезическая сеть - геодезическая сеть, на части пунктов которой определены астрономические координаты и азимуты.

Нивелирная сеть - геодезическая сеть, высоты пунктов которой над уровнем моря определены геометрическим нивелированием.

Государственная геодезическая сеть - геодезическая сеть, обеспечивающая распространение координат на территорию государства и являющаяся исходной для построения других геодезических сетей.

Примечание. Классы государственной геодезической сети СССР определяются инструкцией.

Геодезическая сеть сгущения - геодезическая сеть, создаваемая в развитие геодезической сети более высокого порядка.

Примечание. Частным случаем геодезических сетей сгущения являются сети, представляющие собой связующее звено между государственной геодезической сетью и съемочными сетями.

Съемочная геодезическая сеть - геодезическая сеть сгущения, создаваемая для производства топографической съемки.

2. Системы координат и преобразования между ними [14]

2.1. Основные системы координат, используемые в геодезии

2.1.1. Классификации систем координат

Для решения различных задач, связанных с осуществлением хозяйственной деятельности на территории государства или его субъектов, приходится, в силу ряда причин, использовать разные системы координат, каждая из которых имеет свои достоинства и недостатки.

Существует несколько классификаций систем координат. С одной стороны, имеются системы геодезических пространственных, прямоугольных пространственных, плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера.

Система геодезических пространственных координат связана с поверхностью эллипсоида вращения, принимаемого за модель Земли. Положение любой точки пространства в этой системе будет однозначно определяться тремя координатами: геодезической широтой B, геодезической долготой L и геодезической высотой $H^{Г}$. Тремя координатами (X, Y, Z) определяется положение любой точки и в системе прямоугольных пространственных координат. Эта система не связана с поверхностью модели Земли и поэтому используется при математической обработке результатов спутниковых наблюдений (например, для определения координат точки с помощью спутниковых радионавигационных систем ГЛОНАСС и GPS).

Однако основной системой координат для выполнения геодезических, инженерно-геодезических и топографических работ, межевания земель и ведения земельного кадастра и осуществления других специальных работ является система плоских прямоугольных координат. Она всегда связана с тем или иным математическим законом (проекцией) изображения поверхности эллипсоида вращения на плоскости. На территории Узбекистана используется проекция Гаусса – Крюгера.

В любой проекции поверхность модели Земли должна делиться на участки (обычно они называются зонами), которые изображаются на плоскости независимо друг от друга. Граничными линиями зон в проекции Гаусса – Крюгера являются геодезические меридианы. Размеры зон по долготе в принципе могут быть любыми. Обычно используются шести- и трехградусные зоны. Меридиан, проходящий посредине зоны, называется осевым.

Изображения осевого меридиана и экватора эллипсоида на плоскости принимаются за координатные оси, а точка их пересечения – за начало системы действительных плоских прямоугольных координат. При этом ось абсцисс направлена на север, а ось ординат – на восток.

Таким образом, в каждой зоне имеется своя система координат. Для того, чтобы различать зоны, необходимо знать либо номер зоны, присвоенный заранее, либо долготу ее осевого меридиана L_0. Для выполнения взаимных преобразований координат из одной системы в другую с необходимой точностью в геодезической литературе имеются строгие формулы, которые позволяют решать эти задачи на любом эллипсоиде вращения. Для выполнения вычислений необходимо использовать параметры применяемого эллипсоида вращения (a, e_1) и долготу осевого меридиана L_0 выбранной зоны.

С другой стороны, каждая из перечисленных систем координат может быть общеземной и государственной. Примерами общеземных систем координат являются в настоящее время система WGS-84, а государственных – СК-42. Для горизонтальных связей между системами также имеются специальные формулы.

Кроме этого, система плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера может быть местной. Под местной системой понимается такая система координат, в которой начало отсчета координат и ориентировка осей координат смещены по отношению к началу отсчета и положению координатных осей в единой государственной системе координат. В свою очередь, внутри систем местных плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера можно выделить две группы: региональные (СКР) и собственно местные (СКМ) [12].

Региональными плоскими прямоугольными координатами Гаусса – Крюгера следует считать те, которые реализуются в нескольких зонах. Местными – те, которые вводятся на территории населенных пунктов, строительных площадок и т. п. и реализуются в одной зоне.

В последующих разделах рассмотрим перечисленные системы координат, их достоинства и недостатки, а также приведем формулы для взаимного преобразования координат из одной системы в другую.

2.1.2. Система геодезических пространственных координат

В системе геодезических пространственных координат положение любой точки пространства можно задать тремя координатами (рис. 1): геодезической широтой B, геодезической долготой L и геодезической высотой $H^Г$.

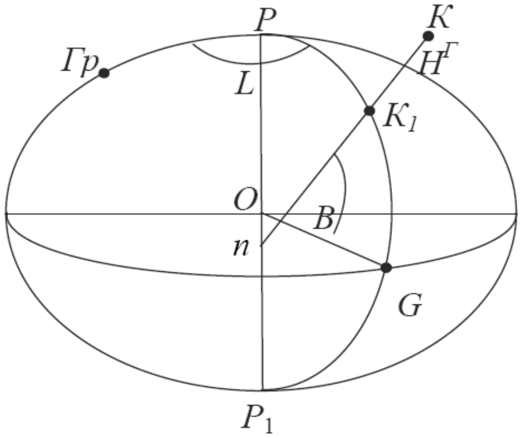


Рис. 1. Система геодезических пространственных координат

Геодезической широтой B называется острый угол, образованный нормалью K_n к поверхности эллипсоида вращения и плоскостью его экватора.

Нормалью к поверхности в заданной точке является перпендикуляр к касательной плоскости в точке K_1. Геодезическая широта изменяется от 0 градусов на экваторе до 90 градусов на полюсах. Различают северные и южные широты для соответствующих полушарий.

Координатная линия равных широт называется геодезической параллелью.

С геометрической точки зрения она представляет собой линию пересечения поверхности эллипсоида вращения и плоскости, перпендикулярной оси его вращения. Все геодезические параллели – окружности разного радиуса. Если секущая плоскость будет проходить через центр эллипсоида, то будет получена параллель максимального радиуса, называемая экватором.

Геодезической долготой L называется двугранный угол, образованный плоскостями геодезических меридианов начального (Гринвича) и точки K (меридиан PK_1GP_1). Долгота может изменяться от 0 до 360 градусов и отсчитываться от Гринвичского меридиана на восток или изменяться от 0 до 180 градусов. В последнем случае необходимо указывать, к востоку или к западу от Гринвича находится точка K.

Координатная линия равных долгот является геодезическим меридианом. Геодезический меридиан – это часть линии пересечения поверхности эллипсоида вращения и плоскости, содержащей ось вращения, заключенная между полюсами. Все геодезические меридианы одинаковы и являются половинами эллипсов.

Геодезической высотой $H_Г$ принято называть отрезок нормали KK1 к поверхности эллипсоида вращения, заключенный между этой поверхностью и точкой K ($H_Г = KK_1$). Геодезическая высота обычно положительна, но встречаются особые случаи, когда она может быть отрицательной (например, в шахтах, карьерах и т. п.). Геодезическую высоту не следует путать с ортометрической и нормальной высотами, которые отсчитываются от начальных уровенной (геоид) или почти уровенной (квазигеоид) поверхностей соответственно. Различия между ними могут достигать десятков метров.

Данная система координат обладает рядом достоинств:

1. Триада координат B, L, $H_Г$ однозначно определяет положение любой точки пространства.

2. Она едина для всей поверхности Земли, что позволяет объединять в общей координатной системе материалы геодезических, съемочных и картографических работ.

3. Координатными линиями в этой системе являются геодезические меридианы и параллели, относящиеся непосредственно к поверхности эллипсоида вращения. Поэтому они являются основными линиями любой картографической проекции, их используют для составления карт и объединения всех съемочных и картографических материалов в единое целое.

4. Геодезические широта и долгота определяют положение нормали к поверхности принятого эллипсоида. Это обстоятельство используется при определении составляющих уклонений отвесных линий и проведении других исследований поверхности Земли.

5. Геодезические широта и долгота точек К и $К_1$ одинаковы, а высоты разные ($НГ_1$ = 0). Поэтому использование данной системы позволяет общую сложную задачу по определению координат разделить на две подзадачи и тем самым уменьшить размерность вектора совместно вычисляемых координат точек. Так, для определения B, L (x, y) на объекте создаются плановые геодезические сети, а третья координата (высота) вычисляется по результатам нивелирования.

6. Поправки в измеренные величины (редукции) за переход с физической поверхности Земли на поверхность эллипсоида вращения обычно незначительны. Во-первых, это позволяет использовать приближенные (грубые) значения аргументов для их вычисления, а во-вторых, не учитывать такие поправки при выполнении работ невысокой точности. К недостаткам системы геодезических пространственных координат обычно относят следующие:

1. Трудности вычисления широт и долгот, так как решение прямых и обратных геодезических задач в этой системе выполняется по очень сложным, громоздким формулам.

2. При использовании спутниковых технологий создания геодезических сетей поправки в результаты измерений за редукцию на поверхность эллипсоида вращения станут большими, соизмеримыми с самими измерениями. Поэтому применение геодезических пространственных координат будет невыгодным или даже невозможным.

2.1.3. Система пространственных прямоугольных координат.

За начало координат в этой системе принимается центр эллипсоида – точка О (рис. 2). Ось аппликат OZ направлена вдоль полярной оси на север.

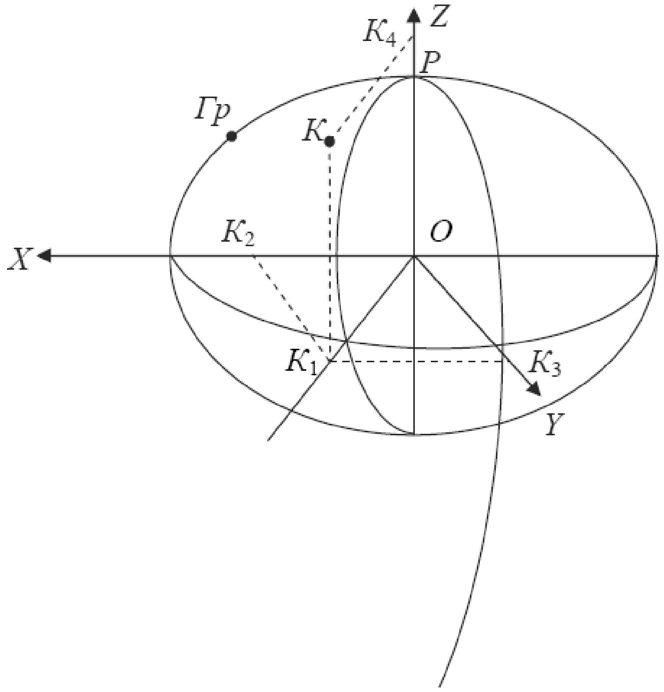


Рис. 2. Система пространственных прямоугольных координат

Ось абсцисс *OX* расположена по линии пересечения плоскостей Гринвичского меридиана и экватора. Ось ординат *OY* совпадает с линией пересечения плоскостей геодезического меридиана с долготой 90 градусов и экватора и дополняет систему до правой.

Положение любой точки пространства будет однозначно определяться тремя координатами (см. рис. 3): абсцисса равна отрезку OK_2 ($X = OK_2$), ордината соответствует отрезку координатной оси OK_3 ($Y = OK_3$), а аппликата равна отрезку OK_4 ($Z = OK_4$).

Достоинствами этой системы координат являются следующие:

1. В этой системе можно однозначно определить положение любой точки пространства.

2. Для применения системы пространственных прямоугольных координат не нужно иметь поверхность относимости (поверхность эллипсоида вращения).

3. Следствием второго преимущества является то, что здесь отсутствует необходимость в редуцировании результатов полевых измерений на поверхность относимости. Поэтому эта система координат практически незаменима при математической обработке результатов спутниковых измерений.

В качестве недостатков системы пространственных прямоугольных координат можно назвать следующие:

1. Здесь нельзя уменьшить размерность задач по определению координат точек (размерность вектора координат). Имеется в виду, что необходимо сразу

выполнить такое количество измерений, которое позволит вычислить три координаты определяемых точек.

2. Систему пространственных прямоугольных координат неудобно использовать в топографии, при проектировании и строительстве инженерных сооружений.

3. Основной системой для решения практических задач геодезии, топографии, землеустройства является система плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера. Однако строгих формул для прямого перехода от пространственных прямоугольным к плоским прямоугольным координатам нет.

Поэтому такой переход обычно осуществляется в два этапа: сначала необходимо вычислить пространственные геодезические координаты по пространственным прямоугольным координатам, а затем плоские прямоугольные координаты по геодезическим.

2.1.4. Система плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера

При производстве массовых топографо-геодезических работ, таких как производство топографических и кадастровых съемок, геодезическое обеспечение проектирования, строительства и эксплуатации инженерных сооружений и других применение систем пространственных прямоугольных или пространственных геодезических координат становится неудобным и обременительным. В практическом использовании наибольшее применение находит система плоских прямоугольных координат.

Однако ввод такой системы координат всегда сопряжен с отображением поверхности модели Земли (поверхности эллипсоида вращения) на плоскости по какому-либо математическому закону. Закон, связывающий геодезические координаты на поверхности эллипсоида вращения и плоские прямоугольные координаты, называется проекцией. В математической картографии существует большое количество геодезических проекций и соответствующих им систем плоских прямоугольных координат. При изображении поверхности модели Земли на плоскости в любой проекции неизбежно деление ее на отдельные участки, которые принято называть зонами.

В этой проекции поверхность эллипсоида вращения делится на зоны геодезическими меридианами. В нашей стране установлены размеры зон в шесть и три градуса по долготе. Первые считаются основными, поэтому математическая обработка результатов измерений и оформление материалов топосъемок выполняются в шестиградусных зонах. Трехградусные зоны используются при производстве крупномасштабного картографирования (масштабов 1:5 000 и крупнее) и вводе систем региональных плоских прямоугольных координат. Меридианы, проходящие посередине зон, называются осевыми.

На рис. 3 изображена поверхность эллипсоида вращения, на которой показаны граничные, осевой меридианы произвольной зоны и экватор.

Западный граничный меридиан первой шестиградусной зоны совпадает с Гринвичским меридианом. Осевые меридианы первой шестиградусной и первой трехградусной зон совпадают. Нумерация зон ведется на восток от Гринвича.

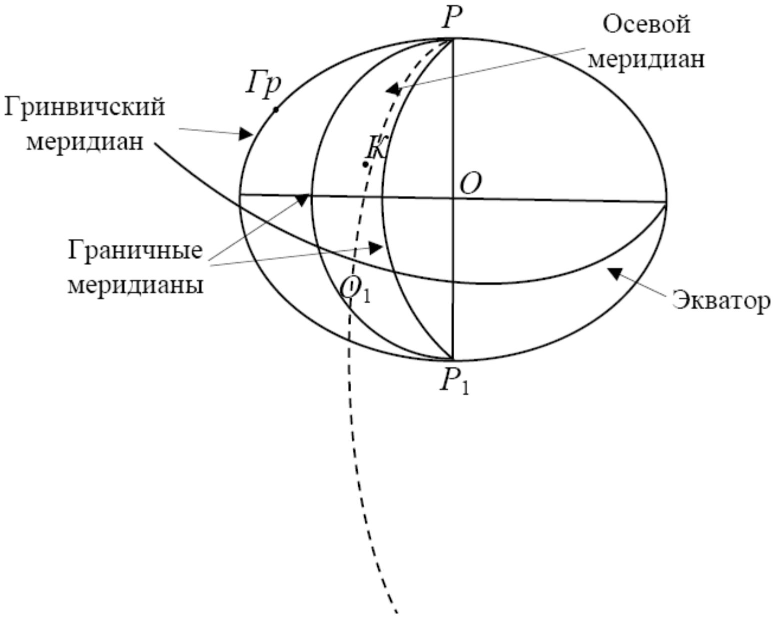


Рис. 3. Деление поверхности эллипсоида на зоны

При изображении поверхности эллипсоида вращения на плоскости в проекции Гаусса – Крюгера только осевые меридианы зон и экватор становятся прямыми линиями, которые принимаются за координатные оси (рис. 4). Их пересечение является началом системы действительных плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера. Все остальные кривые поверхности эллипсоида вращения (граничные меридианы зон, параллели и др.) остаются на плоскости кривыми линиями.

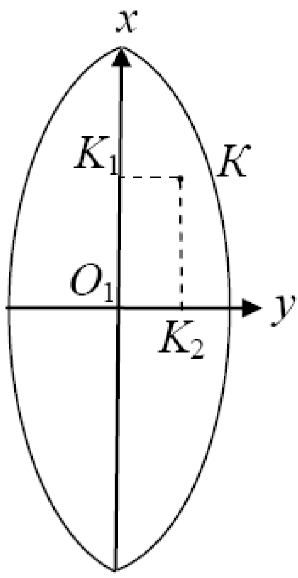


Рис. 4. Изображение отдельной зоны на плоскости в проекции Гаусса–Крюгера

Действительными плоскими прямоугольными координатами Гаусса – Крюгера для точки К будут являться отрезки координатных осей $x = O_1K_1 = KK_2$, $y = O_1K_2 = KK_1$. К положительным свойствам данной системы координат и проекции обычно относят:

1. Отсутствие искажений вследствие равноугольности проекции.
2. Зоны в проекции Гаусса – Крюгера совершенно одинаковые и поэтому вид применяемых формул для связи систем координат и редуцирования измеренных величин на плоскость не будет зависеть от номера зоны.
3. Пара действительных координат (абсцисса x и ордината y) однозначно определяет положение любой точки внутри одной зоны.
4. Применение системы плоских прямоугольных координат позволяет значительно упростить решение многих задач геодезии, топографии, землепользования. Поэтому в массовых работах она является основной.

Недостатков у проекции Гаусса – Крюгера, по мнению специалистов, два.

Во-первых, в данной системе координат возникают трудности при математической обработке результатов полевых измерений на объектах, вытянутых вдоль параллели и занимающих значительную площадь (объектах, расположенных в нескольких зонах). Во-вторых, действительные плоские прямоугольные координаты не дают представления о том, где на поверхности земли находится точка. Она может располагаться в любой из 60 шестиградусных зон. Для того чтобы по значениям координат можно было судить о местоположении точки на Земле, в каталогах координат пунктов принято помещать так называемые условные координаты Гаусса – Крюгера: x', y'. При этом действительные и условные координаты связаны соотношениями:

$x' = x,$

$y' = n*10^6+5*10^5+y.$

Действительные и условные абсциссы равны. Для получения условной ординаты надо к действительной прибавить номер зоны, умноженный на 10^6, и 500 000. Перенос начала координат к востоку на 500 километров необходим для исключения отрицательных ординат.

На территории Республики Узбекистан протяженность зон по долготе установлена 6^0. В районах, где предстоят топографические съемки в крупном масштабе, рекомендуется протяженность их 3^0.

Граничные меридианы каждой шестиградусной зоны приняты совпадающими с меридианами, ограничивающими западную и восточную рамки карты масштаба 1:1 000 000. Значит, осевые меридианы зон совпадают со средними меридианами листов карты этого масштаба.

Долготы осевых меридианов шестиградусных зон вычисляются по формуле $(L_0)_6=6n-3$.

Где n – номер шестиградусной зоны.

Точно также долгота осевого меридиана трехградусной зоны может быть вычислена по формуле $(L_0)_3=3к$.

где k – номер трехградусной зоны

В каждой зоне изображения осевого меридиана принимается за ось абсцисс, а изображение экватора – за ось ординат. Следовательно, в каждой зоне началом координат является пересечение осевого меридиана с экватором и имеет координаты x=0, y=0. Таким образом, ординаты точки, расположенной к западу от осевого меридианы имеют отрицательное значение. Для удобства вычислений ординате начала координат присваивают условное значение (условные координаты) 500 000м.

Проекция Гаусса - Крюгера конформна, что означает:

- бесконечно малый контур на эллипсоиде изображается абсолютно подобным ему на плоскости;
- угловые искажения отсутствуют;
- масштаб изображения в каждой точке зависит только от координат данной точки и не зависит от направления.

В проекции Гаусса - Крюгера поверхность шести или трехградусной зоны изображаются с заметными искажениями, но достоинство проекции – сравнительная простота и высокая точность учета искажений. Ниже в таблице 1 приведены относительные искажения в зависимости от удаления от осевого меридиана зоны.

Таблица 1

№ п/п	Удаление (Y_m) от осевого меридиана, км	Относительные искажения	Удаление (Y_m) от осевого меридиана, км	Относительные искажения
1	50	1:32 000	200	1:2500
2	100	1:8 000	250	1:1300
3	150	1:3 500	300	1:900

В настоящее время на территории нашей республики принята система координат шестиградусных зон 1942 г. Все координаты исходных пунктов триангуляции, трилатерации, полигонометрии хранятся в картографических фондах в этой системе. Как видно из таблицы 1 выполнять топографо-геодезические работы только в системе координат 1942 ввиду значительных искажений невозможно. Величина этих искажений позволяет выполнять топографические съемки масштаба 1:10 000 и мельче. Во всех остальных случаях для выполнения геодезических работ и топографических съемок масштаба 1:5000 и крупнее необходимо переходить к местным системам координат с частным осевым меридианом путем введения специальных поправок, методика и вычисление которых приводятся ниже в главе 3.

Установление местной системы координат (вычисление искажений, редукционных поправок и сопутствующие им работы) очень трудоемкое и сложное. При удалении исходных пунктов геодезической основы $3^0 30'$ ($30'$ – для вычисления координат пунктов в обоих смежных зонах) приходится использовать в формулах поправок вплоть до 4-го члена разложения функций [(1) раздел 2.1.4.1] в ряд Тейлора.

Частично проблема может быть решена путем перехода к системе координат трехградусных зон. Ниже в таблице 2 приведены максимальные поправки в линии длиной 1 км для территории Республики Узбекистан (широты от 37^0 до 45^0).

Таблица 2

Широта места проведения работ	**3-х градусная зона**		**6-ти градусная зона**	
	Наибольшее удаление от осевого меридиана, км	**Поправка на 1 км, мм**	**Наибольшее удаление от осевого меридиана, км**	**Поправка на 1 км, мм**
45^0	118	123	231	690
37^0	133	221	261	876

Как видно из таблицы, максимальные поправки за искажения в трехградусной зоне примерно в четыре раза меньше аналогичных поправок в шестиградусной зоне, что позволяет:

- топографическую съемку масштаба 1:5000 выполнять в системе координат 1942г.;
- значительно упростить редукционную проблему – при вычислении поправок за искажения (поправок за переход с поверхности эллипсоида на плоскость) – использовать 2 члена разложения функций (1) в ряд Тейлора;
- редукционные поправки в линии можно определять по специальным таблицам военно-топографического управления генерального штаба «Сборник таблиц для геодезических вычислений», Москва 1953г., Редакционно-издательский отдел ВТС.

2.1.4.1 О переходе из системы координат шестиградусной зоны в систему трехградусной зоны

Общеизвестно, что поверхность эллипсоида не может быть развернута на плоскость без искажений, а по этой причине и не может быть предложена система плоских прямоугольных координат, в которой без искажений было бы выражено взаимное положение точек земной поверхности. Для учета таких искажений изображение эллипсоида на плоскости должно выполняться по некоторому определенному закону. Математически такой закон (или проекция) в общем виде может быть выражен уравнением:

$$X=f_1(B, L) \qquad (1)$$
$$Y=f_2(B, L)$$

В формуле (1) x и y – плоские прямоугольные координаты изображаемой на плоскости точки, выраженные как функции геодезических координат той же точки на поверхности эллипсоида. Выбранный по определенному условию закон изображения точек эллипсоида на плоскости позволит получить, пользуясь формулами (1), формулы для перехода от расстояний и углов на поверхности эллипсоида к соответствующим расстояниям и углам на плоскости, что идентично определению плоских прямоугольных координат. Основным требованиям к такому закону должно быть требование минимального искажения изображаемых на плоскости элементов поверхности эллипсоида, а также простота и легкость учета искажений. Опуская вывод эти формулы могут быть представлены в виде:

$X = x_0 + \Delta x$ (2)

$У = b_1\ell'' + b_3\ell''^3 + b_5\ell''^5 + b_7\ell''^7$ (3)

где, X_0 – выбирается из таблиц («Таблицы координат Гаусса-Крюгера») по аргументу В (заданной широте точки);

$\Delta x = \frac{l''^2}{\rho''^2} a_2 + \frac{l''^4}{\rho''^4} a_4 + \frac{l''^6}{\rho''^6} a_6$; ; ρ''=206 264.8062

Коэффициенты $a_2 = \frac{N}{2} sinB cosB$;

$a_4 = \frac{N}{24} sinB cos^3 B(5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4)$ (4)

$$a_6 = \frac{N}{720} sinB cos^5 B(61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 - 330\eta^2 t^2)$$

радиус первого вертикала в точке с широтой В

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 sinB}} \quad (5)$$

a= 6378245.000, e^2=6.693421623^{-03}

Величины t и η^2: t=tgB (6);

$\eta^2 = e'^2 Cos^2 B$; (7)

e'^2=6.738 525 415^{-03}

Разность долгот l осевого меридиана и заданной долготы L точки

$l = L - L_0$; (8)

где L_0 – долгота осевого меридиана зоны;

$l'' = l*3600$

коэффициенты b

$$\left.\begin{aligned} b_1 &= \frac{N}{\rho''} cosB \\ b_3 &= \frac{N}{6\rho''^3} cos^3 B(1 - t^2 + \eta^2) \\ b_5 &= \frac{N}{120\rho''^5} cos^5 B(5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58\eta^2 t^2 + 13\eta^4 - 64\eta^4 t^2) \\ b_7 &= \frac{N}{5040\rho''^7} cos^7 B(61 - 479t^2 + 179t^4 - t^6) \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Формулы (2) - (9) обладают высокой точностью и могут быть применены для разности долгот осевого меридиана и заданной точки ℓ=3-4^0, т. е. для шестиградусных зон. Для трехградусных зон в формулах (2)-(9) могут быть отброшены члены, содержащие множители a_6 и b_7.

О необходимости перехода от системы координат шестиградусной зоны на систему координат трехградусной зоны описано в разделе 2.1.4. Переход этот довольно сложный, но при наличии специальных программ решается очень просто.

Наиболее простой по идее путь решения задачи заключается в том, что от прямоугольных координат (x, y) любой точки переходят к ее геодезическим координатам (B, L), являющихся координатами с единым началом для всей поверхности Земли или ее фигуры. Затем по геодезическим координатам (B, L) вычисляют прямоугольные (x, y) в системе желаемой зоны. Задача это решается с любой необходимой степенью точности.

Таким образом, переход от системы координат шестиградусной зоне на систему трехградусной зоны следующий:

– по прямоугольным координатам x и y в шестиградусной зоне вычисляют геодезические координаты B и L;

– по полученным геодезическим координатам B и L и значению долготы осевого меридиана трехградусной зоны вычисляют прямоугольные координаты x, y в этой зоне.

Вычисления геодезических координат B и L выполняются по формулам:

$$B=B_0+\Delta B \quad (10)$$

$$L=L_0+l \quad (11)$$

где L_0 – долгота осевого меридиана зоны

$$\left.\begin{aligned}
\Delta B &= (a'_2 y^2 + a'_4 y^4 + a'_6 y^6) \div 3600 \\
a'_2 &= -\frac{t_0 V_0^2}{2N_0^2}\rho" \\
a'_4 &= \frac{t_0}{24N_0^4}\rho"(5 + 3t_0^2 + 6\eta_0^2 - 6\eta_0^2 t_0^2) \\
a'_6 &= \frac{t_0}{720N_0^6}\rho"(61 + 90t_0^2 + 45t_0^4)
\end{aligned}\right\} \qquad (12) \qquad \rho''=206264.8062$$

$$\left.\begin{aligned}
l &= (b'_1 y + b'_3 y^3 + b'_5 y^5) \div 3600 \\
b'_1 &= \frac{1}{N_0 \cos B_0}\rho" \\
b'_3 &= -\frac{1}{6N_0^3 \cos B_0}\rho"(1 + 2t_0^2 + \eta_0^2) \\
b'_5 &= \frac{1}{120N_0^5 \cos B_0}\rho"(5 + 28t_0^2 + 24t_0^4 + 6\eta_0^2 + 8\eta_0^2 t_0^2)
\end{aligned}\right\} (13)$$

$$t_0 = tgB_0, \qquad (14)$$

где B_0 – выбирается из таблиц («Таблицы координат Гаусса-Крюгера») по аргументу X.

$$\eta_0^2 = e'^2 cos^2 B_0 \qquad (15) \qquad e'^2 = 6.738525415^{-03}$$

$$V_0^2 = 1 + \eta_0^2 \qquad (16)$$

$$N_0 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 sin^2 B_0}} \qquad (17) \qquad a = 6378245.000 \quad e^2 = 6.693421622^{-03}$$

Получив значения геодезических координат B и L по формулам (10) и (11) продолжают вычисления по формуле (2) – (9), но только при вычислении l по формуле (8) долготу осевого меридиана L_0 берут по значению ее для той трехградусной зоны, в которой необходимо получить координаты x и y. Знак ординаты y будет такой же, как и знак величины l, определенной по формуле (13).

2.2. Преобразование координат из одной системы в другую

2.2.1. Основные параметры земного эллипсоида и соотношения между ними

Поверхность земного эллипсоида, принимаемая за геометрическую модель нашей планеты, можно построить путем вращения плоской кривой – эллипса – вокруг его малой оси. В этом случае можно говорить о том, что поверхность земного эллипсоида является эллипсоидом вращения и состоит из бесчисленного множества совершенно одинаковых эллипсов. К основным параметрам эллипса относят [10÷20]: большую a и малую b полуоси, полярное сжатие α, квадраты первого e^2 и второго e'^2 эксцентриситетов.

Полуосями являются отрезки (рис. 5) $a = OE = OE_1$, $b = OP = = OP_1$.

Остальные параметры связаны с полуосями формулами [18÷23]:

$$\alpha = \frac{a-b}{a}; \qquad (18)$$

$$e^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2}; \qquad (19)$$

$$e'^2 = \frac{a^2-b^2}{b^2}. \qquad (20)$$

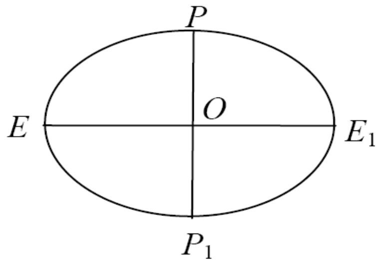


Рис. 5. Параметры эллипса

Для того чтобы построить поверхность эллипсоида вращения, достаточно задать два параметра, один из которых обязательно должен быть линейным (например, a и α). Связь между квадратами эксцентриситетов и полярным сжатием осуществляется с помощью соотношений [21÷23]:

$$e^2 = \frac{e'^2}{1+e'^2}; \qquad (21)$$

$$e'^2 = \frac{e^2}{1-e^2}; \qquad (22)$$

$$e^2 = 2\alpha - \alpha^2. \qquad (23)$$

2.2.2. Радиусы кривизны плоских кривых на поверхности эллипсоида вращения

Через любую точку поверхности эллипсоида вращения можно провести бесчисленное множество кривых. Эти кривые можно разделить на две группы: так называемые плоские кривые и кривые двоякой кривизны. В геодезии находят применение и те, и другие. Однако в данном пособии нас будут интересовать только плоские кривые. Плоские кривые – это такие кривые, которые получены от пересечения поверхности эллипсоида вращения и какой - либо плоскости. Таких кривых также можно провести бесчисленное множество в любой точке поверхности.

В свою очередь, плоские кривые могут быть нормальными и наклонными сечениями. Нормальным сечением называется линия пересечения поверхности эллипсоида и плоскости, содержащей нормаль к этой поверхности. Примерами нормальных сечений являются геодезический меридиан, первый вертикал, экватор. Наклонным сечением является линия пересечения поверхности эллипсоида и плоскости, не содержащей нормаль к этой поверхности. Геодезические параллели (кроме экватора) представляют собой наклонные сечения.

Нормальные сечения, проходящие через произвольную точку поверхности эллипсоида, будут иметь различную кривизну. И среди бесчисленного множества нормальных сечений можно будет выделить два взаимно перпендикулярных с экстремальными значениями радиусов кривизны: геодезический меридиан и первый вертикал (рис. 6). Первым вертикалом называется нормальное сечение K_1G, плоскость которого перпендикулярна плоскости геодезического меридиана. Радиусы кривизны геодезического меридиана M и первого вертикала N можно определить по формулам [24÷25]:

$$M = \frac{a(1-e^2)}{W^3}; \quad (24)$$

$$N = \frac{a}{W}, \quad (25)$$

где W называется первой сфероидической функцией геодезической широты и вычисляется следующим образом:

$$W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B} \quad (26)$$

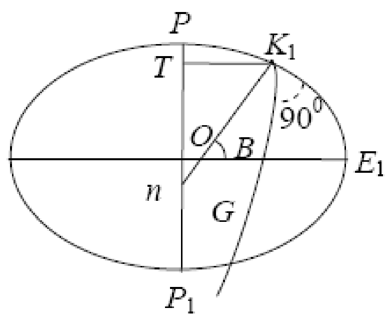


Рис. 6. Геодезический меридиан, первый вертикал и геодезическая параллель

Радиус кривизны первого вертикала имеет очень важную геометрическую интерпретацию. Это отрезок нормали к поверхности эллипсоида вращения, заключенный между его поверхностью и точкой пересечения с малой осью $N = K_1n$.

При возрастании геодезической широты от 0 до 90 градусов радиусы нормальных сечений возрастают. Так, на экваторе $W_0 = 1$ и, следовательно, $M_0 = a\,(1\text{-}e^2)$, $N_0 = a$. На полюсах $W_{90} = \sqrt{1-e^2}$, поэтому радиусы кривизны главных нормальных сечений достигают своих максимальных значений $M_{90} = \frac{a}{\sqrt{1-e^2}}$, $N_{90} = \frac{a}{\sqrt{1-e^2}}$, однако эти радиусы оказываются равными. Радиус кривизны нормальных сечений на полюсах называют полярным радиусом: $c = M_{90} = N_{90}$. Учет формулы (21) дает возможность представить полярный радиус несколько иначе:

Использование полярного радиуса и квадрата второго эксцентриситета позволяет упростить формулы (24), (25)

$$M = \frac{c}{V^3}; \quad (27)$$

$$N = \frac{c}{V}. \quad (28)$$

Здесь буквой V обозначена вторая сфероидическая функция геодезической широты

$$V = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 B} \qquad (29)$$

Почленное деление выражения (28) на (27) дает дробь

$$\frac{N}{M} = V^2 \qquad (30)$$

анализ которой позволяет сделать следующие выводы:

- Радиус кривизны первого вертикала не может быть меньше радиуса кривизны меридиана (N . M);
- На полюсах радиусы кривизны нормальных сечений равны и равны полярному радиусу;
- Среди нормальных сечений минимальное значение имеет радиус кривизны меридиана на экваторе.

Радиус кривизны геодезической параллели $r = K_1T$ можно вычислить по формуле (см. рис. 6):

$$r = N \cos B \qquad (31)$$

Максимального значения радиус параллели достигает на экваторе при широте, равной нулю градусов. Здесь радиус параллели равен большой полуоси. Экватор – единственная параллель, которая является и нормальным сечением. При движении точки к полюсам радиус параллели будет убывать.

2.2.3. Соотношения между геодезическими пространственными и пространственными прямоугольными координатами

Формулы для вычисления пространственных прямоугольных координат точки по ее геодезическим пространственным координатам можно получить из решения прямоугольных треугольников KK_6n, K_1K_2O, KK_4n (рис. 7):

$$X = (N + H^{Г}) \cos B \cos L; \ (32)$$

$$Y = (N + H^{Г}) \cos B \sin L; \ (33)$$

$$Z = (N(1 - e^2) + H^{Г}) \sin B \ (34)$$

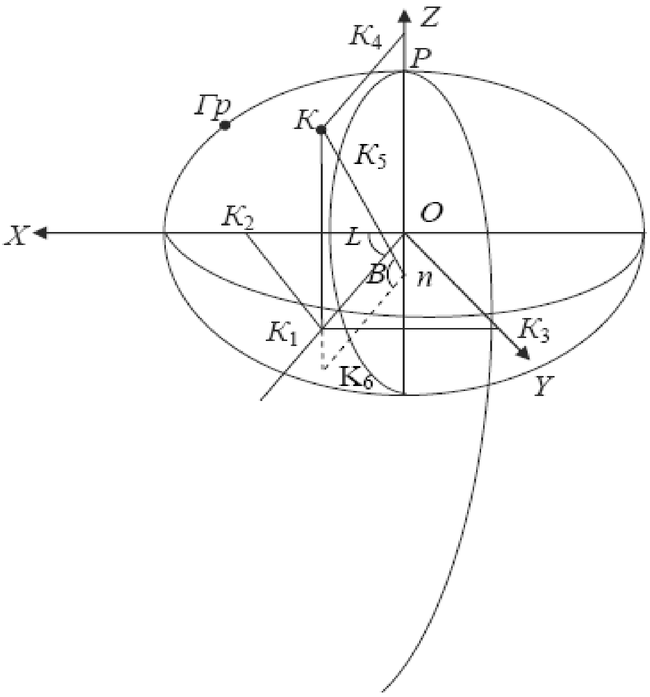


Рис. 7. Связь геодезических и прямоугольных пространственных координат

Обратный переход выполнить несколько сложнее. И эти трудности связаны с определением геодезических широт и высот. Формулу для вычисления геодезической долготы можно получить путем почленного деления выражения (33) на (32):

$$\operatorname{tg} L = \frac{Y}{X}. \quad (35)$$

Затем можно вычислить расстояние $OK_1 = Q$ между центром эллипсоида вращения и проекцией точки K на плоскость экватора. Его можно определить как гипотенузу прямоугольного треугольника K_1K_2O

$$Q = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (36)$$

С другой стороны, расстояние Q можно выразить через геодезические широту и высоту. Из треугольника KK_6n с учетом того, что отрезок K_6n также равен Q, можно записать

$$Q = (N + H^{\Gamma})\cos B \quad (37)$$

Почленное деление (34) на (37) дает выражение

$$\operatorname{tg} B = \frac{Z}{Q} \frac{1}{(1 - \frac{Ne^2}{(N + H^{\Gamma})})} \quad (38)$$

Неизвестные величины широта B и высота $H^Г$ находятся в этом уравнении слева и справа от знака равенства. Поэтому, чтобы решить поставленную задачу, обычно применяют метод последовательных приближений.

Использование итерационных алгоритмов обычно предполагает решение двух подзадач:

1. Отыскание начального значения неизвестных.
2. Выработка признака (условия) окончания итерационного процесса.

Наиболее удачный, на наш взгляд, способ решения задачи был предложен К.А. Лапингом. Формулу для вычисления начального значения широты B' можно получить из выражения (38), временно предполагая, что геодезическая высота равна нулю ($H^Г = 0$). Тогда

$$\mathrm{tg}B^{(1)} = \frac{Z}{Q}\frac{1}{(1-e^2)}. \qquad (39)$$

После этого можно построить итерационный процесс по определению геодезической широты, в котором внутри каждой итерации (i = 1, 2, 3, ...) необходимо вычислять:

$$W^{(i)} = \sqrt{1-e^2\sin^2 B^{(i)}}; \qquad (40)$$

$$N^{(i)} = \frac{a}{W^{(i)}}; \qquad (41)$$

$$T^{(i)} = Z + N^{(i)}e^2\sin B^{(i)}; \qquad (42)$$

$$\mathrm{tg}\,B^{(i+1)} = \frac{T^{(i)}}{Q}. \qquad (43)$$

Здесь и далее буквой i обозначен номер итерации. Итерационный процесс заканчивается в том случае, когда модуль разности широт, вычисленных в двух смежных итерациях, не будет превышать какой-то наперед заданной величины ε_B (например ε_B = 0,001"):

$$\left|B^{(i+1)} - B^{(i)}\right| \le \varepsilon_B \qquad (44)$$

Если условие (44) не выполняется, то номер итерации увеличивается на единицу и вычисления повторяются, начиная с формулы (40). При выполнении условия (44) геодезическая широта считается найденной. Последний этап решения задачи заключается в определении геодезической высоты. Для этого итерационный процесс не нужен. Здесь можно воспользоваться одной из формул

$$H^{\Gamma} = \frac{Q}{\cos B} - N; \qquad (45)$$

$$H^{\Gamma} = \frac{Z}{\sin B} - (1 - e^2)N; \qquad (46)$$

$$H^{\Gamma} = Q\cos B + Z\sin B - N(1 - e^2\sin^2 B) \qquad (47)$$

Предпочтение следует отдавать универсальной формуле (47), которая позволяет определить геодезическую высоту с меньшей погрешностью. В частном случае, когда точка *К* находится на поверхности эллипсоида вращения и геодезическая высота равна нулю, формула (39) позволяет сразу вычислить окончательное значение широты.

2.2.4. Определение плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера по геодезическим координатам

Аргументами формул, связывающих плоские прямоугольные координаты Гаусса – Крюгера и геодезические координаты, являются геодезическая широта *B* и разность долгот *l* точки *К* и осевого меридиана зоны (рис. 8). Рабочие формулы и технологическая последовательность вычисления плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера по геодезическим координатам заключаются в следующем:

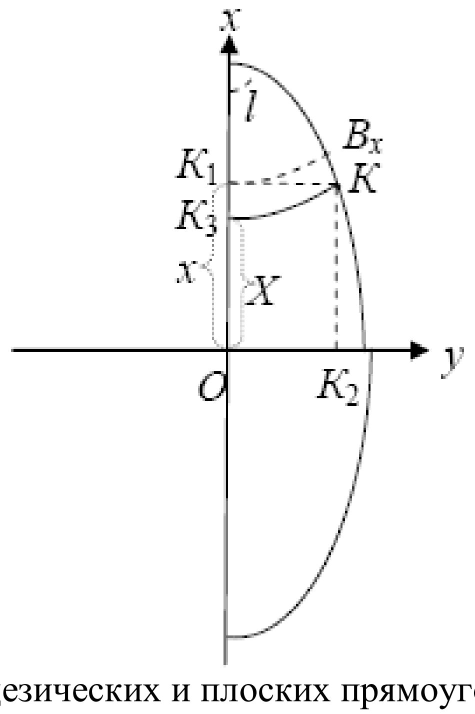


Рис. 8. Связь геодезических и плоских прямоугольных координат

1. Определение номера зоны n по формуле:

$$n = целое1\left(\frac{(L + 3^\circ)}{6^\circ}\right), \qquad (48)$$

где *целое*1 означает процедуру получения целого числа путем округления результата вычисления по правилам Гаусса.

2. Вычисление долготы осевого меридиана L_0 зоны с номером n и получение разности долгот l

$$L_0 = 6^\circ n - 3^\circ, \quad (49)$$

$$l = L - L_0 \quad (50)$$

3. Определение действительных плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера x, y.

$$x = X + \frac{N\cos B\sin Bl^2}{2\rho^2}\left\{\begin{aligned}&1 + \frac{l^2\cos^2 B}{12\rho^2}(5 - \mathrm{tg}^2 B + 9\eta^2) + \\ &+ \frac{l^4\cos^4 B}{360\rho^4}(61 - 58\mathrm{tg}^2 B + \mathrm{tg}^4 B) + \ldots\end{aligned}\right\}; \qquad (51)$$

$$y = \frac{N\cos Bl}{\rho}\left\{\begin{aligned}&1 + \frac{l^2\cos^2 B}{6\rho^2}(1 - \mathrm{tg}^2 B + \eta^2) + \frac{l^4\cos^4 B}{120\rho^4}\times \\ &\times(5 - 18\mathrm{tg}^2 B + \mathrm{tg}^4 B + 14\eta^2 - 58\eta^2\mathrm{tg}^2 B) + \ldots\end{aligned}\right\}, \qquad (52)$$

где X – длина дуги меридиана от экватора до параллели с широтой B, которую можно вычислить по формуле

$$X = a(1 - e^2)(G_0\frac{B}{\rho} + G_1\sin 2B + G_2\sin 4B + G_3\sin 6B + \ldots). \qquad (53)$$

Для получения коэффициентов G_0, G_1, G_2, G_3 можно использовать соотношения

$$G_0 = 1 + {}^3\!/_4\, e^2 + {}^{45}\!/_{64}\, e^4 + {}^{175}\!/_{256}\, e^6 + \ldots; \qquad (54)$$

$$G_1 = -{}^3\!/_8\, e^2 - {}^{15}\!/_{32}\, e^4 - {}^{525}\!/_{1024}\, e^6 - \ldots; \qquad (55)$$

$$G_2 = {}^{15}\!/_{256}\, e^4 + {}^{105}\!/_{1024}\, e^6 + \ldots; \qquad (56)$$

$$G_3 = -{}^{35}\!/_{3072}\, e^6 - \ldots \qquad (57)$$

Эти коэффициенты являются функцией только квадрата эксцентриситета эллипсоида вращения, поэтому для используемого эллипсоида они могут вычисляться только один раз.

4. Определение условных плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера

$$x' = x\,; \qquad (58)$$

$$y' = y + n * 10^6 + 5 * 10^5 \qquad (59)$$

В учебном пособии [7] утверждается, что погрешность вычисления плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера по формулам (51)–(57) не превышает 0,001 м при разности долгот до 3°30'.

2.2.5. Вычисление геодезических координат по плоским прямоугольным координатам Гаусса – Крюгера

Формулы, по которым можно вычислить геодезические координаты по известным плоским прямоугольным координатам Гаусса – Крюгера, широко освещены в специальной литературе [5, 6, 7, 12]. Технологическая цепочка преобразования условных плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера *x*', *y*' в геодезические координаты содержит пять этапов:

1. Определение номера n шестиградусной государственной зоны по формуле

$$n = целое\left(y' / 10^6 \right), \tag{60}$$

где *целое* означает процедуру выделения целого путем отбрасывания дробной части.

3. Получение действительных плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера *x*, *y*

$$x = x'; \tag{61}$$

$$y = y' - n \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^5. \tag{62}$$

3. Вычисление геодезической широты *Bx* вспомогательной параллели (см.рис. 9)

$$\beta = \frac{x}{G_0 a(1 - e^2)}; \tag{63}$$

$$B_x = (\beta + Q_1 \sin 2\beta + Q_2 \sin 4\beta + Q_3 \sin 6\beta)\rho. \tag{64}$$

Вспомогательные коэффициенты Q_1, Q_2, Q_3 также зависят только от квадрата эксцентриситета и могут определяться по формулам

$$Q_1 = 3/8\, e^2 + 3/16\, e^4 + 213/2\,048\, e^6 + \ldots; \tag{65}$$

$$Q_2 = 21/256\, e^4 + 21/256\, e^6 + \ldots; \tag{66}$$

$$Q_3 = 151/6144\, e^6 + \ldots \tag{67}$$

4. Определение геодезической широты B и разности долгот l

$$B = B_x - \frac{y^2(1+\eta_x^2)\mathrm{tg}B_x}{2N_x^2}\rho\left\{\begin{aligned}&1-\frac{y^2}{12N_x^2}(5+3\mathrm{tg}^2B_x+\eta_x^2-9\eta_x^2\mathrm{tg}^2B_x)+\\&+\frac{y^4}{360N_x^4}(61+90\mathrm{tg}^2B_x+45\mathrm{tg}^4B_x)+\ldots\ldots\end{aligned}\right\} \quad (68)$$

$$l = \frac{y}{N_x\cos B_x}\rho\left\{\begin{aligned}&1-\frac{y^2}{6N_x^2}(1+2\mathrm{tg}^2B_x+\eta_x^2)+\\&+\frac{y^4}{120N_x^4}(5+28\mathrm{tg}^2B_x+24\mathrm{tg}^4B_x+6\eta_x^2+8\eta_x^2\mathrm{tg}^2B_x)+\ldots\end{aligned}\right\} \quad (69)$$

Здесь индекс x означает, что радиус кривизны первого вертикала N должен вычисляться с использованием вспомогательной широты Bx по формулам (28), (29). Через $\eta^2{}_x$ обозначено произведение

$$\eta^2{}_x = e'^2 \cos^2 Bx \quad (70)$$

5. Вычисление долготы осевого меридиана L_0 шестиградусной зоны по формуле (49) и геодезической долготы L точки

$$\mathrm{L} = \mathrm{L}_0 + l \qquad (71)$$

Погрешность вычисления геодезических координат по формулам (63)–(69) не превышает 0,0001'' при разности долгот до 3°30' [7].

2.2.6 Определение сближения меридианов и масштаба изображения в проекции Гаусса – Крюгера

Сближением меридианов γ в проекции Гаусса – Крюгера называется угол, образованный касательной к изображению геодезического меридиана точки и линией, параллельной изображению осевого меридиана зоны (рис. 9). Сближение меридианов используется для связи двух ориентирующих углов: геодезического азимута A_{12} и дирекционного угла α_{12} направления K_1K_2.

Необходимость ввода нового ориентирующего угла на плоскости вызвана свойствами проекции Гаусса – Крюгера. К сожалению, в этой проекции все кривые поверхности эллипсоида вращения, за исключением осевого меридиана зоны и экватора, изображаются на плоскости кривыми линиями.

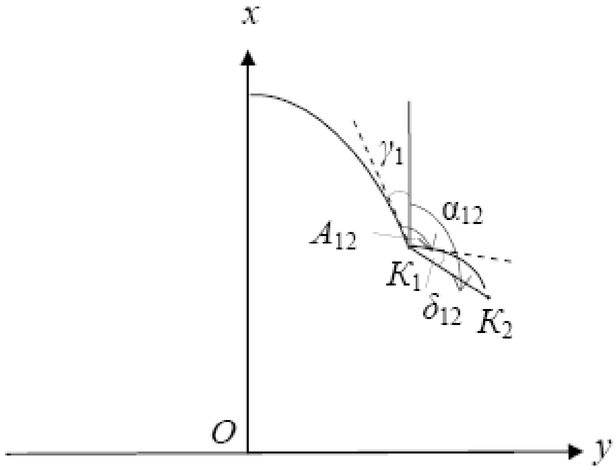


Рис. 9. Связь между геодезическим азимутом и дирекционным углом

Геодезический меридиан точки K_1 и геодезическая линия эллипсоида K_1K_2 будут изображаться кривыми линиями, которые вогнутой стороной обращены в сторону осевого меридиана зоны (см. рис. 9). И хотя угловые величины поверхности эллипсоида при переходе на плоскость не изменяются вследствие равноугольности проекции Гаусса – Крюгера, но пользоваться ими становится неудобно. Приходится заменять изображение геодезической линии K_1K_2 хордой K_1K_2, а вместо изображения геодезического меридиана точки K_1 использовать линию, параллельную изображению осевого меридиана зоны.

Геодезическим азимутом A_{12} направления K_1K_2 на плоскости в проекции Гаусса – Крюгера называется угол, образованный касательными к изображениям геодезического меридиана точки K_1 и геодезической линии K_1K_2.

Дирекционным углом α_{12} направления K_1K_2 называется угол, образованный линией, проведенной через точку K_1 параллельно изображению осевого меридиана зоны, и хордой K_1K_2. И, наконец, угол δ_{12}, образованный касательной к изображению геодезической линии K_1K_2 и хордой K_1K_2, называется в геодезии поправкой за кривизну изображения геодезической линии на плоскости в проекции Гаусса – Крюгера. Рис. 9 позволяет записать формулу, связывающую два вышеназванных ориентирующих угла

$$a_{12} = A_{12} - \gamma_1 + \delta_{12} \quad (72)$$

Для вычисления сближения меридианов с погрешностью, не превышающей 0,002", можно воспользоваться одной из формул литературы [6÷8], например,

$$\gamma_1 = l_1 \sin B_1 (1 + \frac{l_1^2}{6\rho^2}(\sin^2 B_1 - 3\cos^2 B_1(1+\eta_1^2)) + \ldots) \quad (73)$$

Приближенные расчеты (с погрешностью 2–3") можно выполнять по формуле $\gamma_1 \approx l_1 \sin B_1$.

Поправка δ_{12} в направление K_1K_2 может определяться по формуле

$$\delta_{12} = -\frac{f}{3}(x_2 - x_1)(2y_1 + y_2) \quad (74)$$

Здесь буквой *f* обозначено выражение

$$f = \frac{\rho}{2R^2}, \qquad (75)$$

где, в свою очередь, *R* является средним радиусом кривизны, который можно вычислить следующим образом:

$$R = \sqrt{MN}. \qquad (76)$$

Для вычисления поправки по формуле (74) необходимо использовать приближенные координаты определяемых пунктов. Точность, с которой должны быть получены эти координаты, зависит от класса точности создаваемой геодезической сети, расстояний между пунктами, удаления объекта от осевого меридиана зоны. Как правило, погрешность определения приближенных координат пунктов может составлять несколько десятков метров. Величины поправок в направления за кривизну изображения геодезических линий на плоскости при расстояниях в 20 км обычно не превышают 10–12 секунд на краю шестиградусной зоны и в топографии не учитываются. Сближение меридианов по абсолютной величине на краю шестиградусной зоны будет стремиться к трем градусам. Поэтому сближение меридианов необходимо учитывать при выполнении работ любого класса точности.

Масштабом изображения *m* в математической картографии называется отношение бесконечно малого отрезка на плоскости *dS* к соответствующему отрезку на поверхности эллипсоида вращения *ds*

$$m = \frac{dS}{ds}. \qquad (77)$$

Масштаб изображения является важной характеристикой любой проекции. Он дает возможность оценить величину линейных искажений и используется при получении формул для связи соответствующих расстояний на эллипсоиде и плоскости. Чем ближе масштаб изображения к единице, тем меньше искажения. Если масштаб равен единице, то искажения отсутствуют.

В проекции Гаусса – Крюгера масштаб изображения в отдельной точке равен

$$m = 1 + \frac{y^2}{2R^2} + \frac{y^4}{24R^4}. \qquad (78)$$

Анализ формулы (78) позволяет сделать следующие выводы:

1. Масштаб изображения в проекции Гаусса – Крюгера не может быть меньше единицы, так как действительная ордината фигурирует в этой формуле в четной степени.

2. Расстояние на плоскости не может быть меньше, чем соответствующее расстояние на поверхности эллипсоида вращения потому, что масштаб – это отношение двух отрезков (формула (77)).

3. На осевом меридиане зоны масштаб изображения равен единице, поэтому говорят, что осевой меридиан любой зоны изображается без искажений.

4. Кроме ординаты, масштаб изображения в проекции Гаусса – Крюгера зависит от среднего радиуса, а значит, от широты. При возрастании широты средний радиус будет увеличиваться. Поэтому при движении точки вдоль линии, параллельной оси абсцисс, искажения будут уменьшаться.

2.2.7. Связь прямоугольных пространственных общеземных и референцных координат

В векторной форме связь прямоугольных пространственных общеземных и референцных координат можно записать с помощью равенства

$$\begin{pmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} (1 + \Delta m) + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \qquad (79)$$

В формуле (79) использована следующая система обозначений:

$\begin{pmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ \bar{Z} \end{pmatrix}$ – вектор-столбец прямоугольных пространственных координат в общеземной системе;

$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ – вектор-столбец прямоугольных пространственных координат в референцной системе;

$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ – вектор-столбец прямоугольных пространственных координат центра референцной системы относительно центра общеземной системы;

Δm – относительное изменение масштаба в двух системах координат

$$\Delta m = \frac{\bar{S} - S}{S}, \qquad (80)$$

Где и $\bar{S}$ и S – расстояния между одноименными точками пространства в общеземной и референцной системах координат соответственно; R – матрица преобразования (разворота) размерностью 3. В общем случае эта матрица состоит из девяти направляющих косинусов

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}. \qquad (81)$$

Здесь символами r_{ij} обозначены косинусы углов, образованных координатными осями старой и новой систем координат.

Например, $r_{12} = \cos(\bar{X}, Y)$. Однако, при ортогональном преобразовании из девяти углов только три являются независимыми. Поэтому матрицу R обычно представляют как произведение матриц поворота вокруг трех координатных осей

$$R = R_X R_Y R_Z \qquad (82)$$

В свою очередь, элементы матриц R_X, R_Y, R_Z можно вычислить по формулам

$$R_X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega_X & \sin\omega_X \\ 0 & -\sin\omega_X & \cos\omega_X \end{pmatrix}; \qquad (83)$$

$$R_Y = \begin{pmatrix} \cos\omega_Y & 0 & -\sin\omega_Y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\omega_Y & 0 & \cos\omega_Y \end{pmatrix}; \qquad (84)$$

$$R_Z = \begin{pmatrix} \cos\omega_Z & \sin\omega_Z & 0 \\ -\sin\omega_Z & \cos\omega_Z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad (85)$$

где ω_X, ω_Y, ω_Z – углы разворота вокруг соответствующих координатных осей.

Формулы (79), (80), (82)–(85) совершенно строгие. Они позволяют выполнить преобразование пространственных прямоугольных координат при любых значениях параметров ω_X, ω_Y, ω_Z, Δm, x, y, z. Если предположить, что углы разворота малы и не превышают 3,5 секунд, то при разложении синусов и косинусов в ряды можно будет ограничиться первыми членами. Тогда выражения (83)–(85) примут вид:

$$R_X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \omega_X \\ 0 & -\omega_X & 1 \end{pmatrix}; \qquad (86)$$

$$R_Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\omega_Y \\ 0 & 1 & 0 \\ \omega_Y & 0 & 1 \end{pmatrix}; \qquad (87)$$

$$R_Z = \begin{pmatrix} 1 & \omega_Z & 0 \\ -\omega_Z & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \qquad (88)$$

При перемножении матриц (86)–(88) также можно не учитывать произведения углов ωX, ωY, ωZ

$$R = \begin{pmatrix} 1 & \omega_Z & -\omega_Y \\ -\omega_Z & 1 & \omega_X \\ \omega_Y & -\omega_X & 1 \end{pmatrix}. \quad (89)$$

Формулы (79), (80), (89) дают возможность преобразовать пространственные прямоугольные координаты с погрешностью, не превышающей 0,001 метра. Эти формулы можно записать и в линейном виде, пренебрегая произведениями параметров ωX, ωY, ωZ, Δm, x, y, z [7, 10, 11]

$$\bar{X} = X + \Delta m X + \omega_Z Y - \omega_Y Z + x; \quad (90)$$

$$\bar{Y} = Y + \Delta m Y - \omega_Z X + \omega_X Z + y; \quad (91)$$

$$\bar{Z} = Z + \Delta m Z + \omega_Y X - \omega_X Y + z. \quad (92)$$

Формулы для обратного преобразования можно получить путем переноса поправочных членов в левую часть равенств (90)–(92), учитывая, что при вычислении поправок можно использовать те пространственные прямоугольные координаты, которые на данный момент известны

$$X = \bar{X} - \Delta m \bar{X} - \omega_Z \bar{Y} + \omega_Y \bar{Z} - x; \quad (93)$$

$$Y = \bar{Y} - \Delta m \bar{Y} + \omega_Z \bar{X} - \omega_X \bar{Z} - y; \quad (94)$$

$$Z = \bar{Z} - \Delta m \bar{Z} - \omega_Y \bar{X} + \omega_X \bar{Y} - z. \quad (95)$$

В формулах (86)–(95) предполагается, что углы поворота ωX, ωY, ωZ вокруг соответствующих координатных осей должны выражаться в радианной мере.

2.2.8. Связь геодезических пространственных общеземных и референцных координат

Формулы для связи геодезических пространственных общеземных и референцных координат приведены в [5]. В данном пособии эти формулы представлены несколько в другом виде. Если известны геодезические пространственные референцные координаты B, L, $Н\Gamma$, то соответствующие координаты $\bar{B}, \bar{L}, \bar{H}^{\Gamma}$, в общеземной системе можно получить следующим образом:

$$\bar{B} = B + \Delta B; \qquad (96)$$

$$\bar{L} = L + \Delta L; \qquad (97)$$

$$\bar{H}^{\Gamma} = H^{\Gamma} + \Delta H. \qquad (98)$$

В свою очередь, разность геодезических широт ΔB можно представить в виде суммы поправок

$$\Delta B = \Delta B_1 + \Delta B_2 + \Delta B_3, \qquad (99)$$

где

$$\Delta B_1 = \frac{\rho}{(M + H^{\Gamma})}(\Sigma_2 + \Sigma_3); \qquad (100)$$

$$\Sigma_1 = x\cos L + y\sin L; \qquad (101)$$

$$\Sigma_2 = N\sin B\cos B\left(\frac{\Delta a e_{cp}^2}{a_{cp}} + \left(1 + \frac{N^2}{a_{cp}^2}\right)\frac{\Delta e^2}{2}\right); \qquad (102)$$

$$\Sigma_3 = -\Sigma_1 \sin B + z\cos B; \qquad (103)$$

$$\Delta B_2 = (1 + e_{cp}^2 \cos 2B)(-\omega_X \sin L + \omega_Y \cos L); \qquad (104)$$

$$\Delta B_3 = -\rho\Delta m e_{cp}^2 \sin B\cos B. \qquad (105)$$

Здесь поправка ΔB_1 является поправкой в широту, которая вызвана несовпадением центров двух эллипсоидов в пространстве и различием их параметров. Вторая поправка ΔB_2 учитывает не параллельность координатных осей, а третья ΔB_3 – неравенство масштабов в двух системах координат. Углы разворота ω должны выражаться в секундах. В этих и последующих формулах введены обозначения согласно ГОСТ Р51794–2008.

$$\Delta a = \bar{a} - a; \quad \Delta e^2 = \bar{e}^2 - e^2; \qquad (106)$$

$$a_{cp} = \frac{\bar{a} + a}{2}; \quad e_{cp}^2 = \frac{\bar{e}^2 + e^2}{2}, \qquad (107)$$

где $\bar{a}, \bar{e}^2$ – параметры общеземного эллипсоида ПЗ-90; а, e^2 – параметры эллипсоида Красовского. Поправка в геодезическую долготу может быть представлена в виде суммы двух поправок

$$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2; \qquad (108)$$

$$\Delta L_1 \frac{\rho}{(N + H^{\Gamma})\cos B}(-x\sin L + y\cos L); \qquad (109)$$

$$\Delta L_2 = \mathrm{tg}B(1 - e_{cp}^2)(\omega_X \cos L + \omega_Y \sin L) - \omega_Z \qquad (110)$$

Первая поправка ΔL_1 учитывает несовпадение центров двух систем координат в пространстве, а вторая ΔL_2 – непараллельность координатных осей. Поправку в геодезическую высоту удобно представить в виде суммы четырех поправок

$$\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 + \Delta H_4; \quad (111)$$

$$\Delta H_1 = -\frac{a_{cp}}{N}\Delta a + N\sin^2 B\frac{\Delta e^2}{2}; \quad (112)$$

$$\Delta H_2 = \Sigma_1 \cos B + z\sin B; \quad (113)$$

$$\Delta H_3 = -e_{cp}^2 N\sin B\cos B(\frac{\omega_X}{\rho}\sin L - \frac{\omega_Y}{\rho}\cos L); \quad (114)$$

$$\Delta H_4 = \Delta m(\frac{a_{cp}^2}{N} + H^{\Gamma}). \quad (115)$$

Первая поправка ΔH_1 выражает влияние на высоту несовпадения параметров эллипсоидов, вторая ΔH_2 позволяет учесть несовпадение их центров. Влияние непараллельности координатных осей можно оценить с помощью третьей поправки ΔH_3 . И, наконец, четвертая поправка ΔH_4 вызвана различиями в масштабах в двух системах координат.

Радиусы кривизны меридиана M и первого вертикала N, которые фигурируют в формулах связи координат, должны вычисляться по формулам (24)–(26) с использованием средних значений параметров.

Для выполнения обратного перехода от геодезических пространственных общеземных координат $\bar{B}, \bar{L}, \bar{H}^{\Gamma}$ к геодезическим пространственным референцным координатам B, L, H^{Γ} поправки в координаты необходимо алгебраически вычитать

$$B = \bar{B} - \Delta B; \quad (116)$$

$$L = \bar{L} - \Delta L; \quad (117)$$

$$H^{\Gamma} = \bar{H}^{\Gamma} - \Delta H \quad (118)$$

Учитывая, что при вычислении поправок в координаты достаточно удерживать 5–6 верных значащих цифр, в формулах (100)–(105), (109), (110), (112)– (115) можно использовать те значения геодезических координат, которые известны.

2.3 Региональные и местные системы плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера

2.3.1 Способы ввода региональных и местных систем плоских прямоугольных координат

Необходимость ввода местных систем плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера обусловлена двумя причинами. Первая причина связана с обеспечением режима секретности при использовании каталогов координат пунктов и результатов топографической съемки. Если эта информация будет храниться и использоваться в местных системах координат, то она не будет иметь, в соответствии с действующими нормативными документами, грифа «Секретно».

Вторая причина вызвана желанием геодезистов уменьшить величины поправок за переход на плоскость в проекции Гаусса – Крюгера с тем, чтобы их можно было не учитывать при работе на своем объекте (населенном пункте, строительной площадке, карьере и т. п.), занимающем небольшую площадь.

В местных системах координат положение начала отсчета координат и ориентировка осей должны отличаться от существующих в государственных системах координат. С методической точки зрения местные системы координат целесообразно разделить на две группы: региональные и собственно местные. Региональные системы, как правило, реализуются в нескольких трехградусных зонах. В местных системах координат используется одна зона, размер которой специально не устанавливается потому, что он зависит от конкретного населенного пункта, строительной площадки и т. д.

Региональные системы плоских прямоугольных координат можно установить только одним способом: изменением долгот осевых меридианов региональных зон по отношению к государственным зонам. В этом случае технология преобразования координат Гаусса – Крюгера из государственной системы в СКР будет содержать три основных этапа.

На первом этапе необходимо перейти от условных плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера к геодезическим координатам. При этом можно использовать формулы (60)–(71) и технологию, описанную в разделе 2.5. Второй этап алгоритма является ключевым. Он заключается в определении номера зоны k в СКР по формуле

$$k = \textit{целое}1\left(\frac{(L - L_0^{(1)} + 3^\circ)}{3^\circ}\right), \quad (119)$$

в вычислении долготы осевого меридиана $L_0^{(k)}$ этой зоны и получении новой разности долгот lp

$$L_0^{(k)} = L_0^{(1)} + 3^\circ(k-1); \quad (120)$$

$$l_P = L - L_0^{(k)}. \quad (121)$$

На третьем этапе необходимо вычислить действительные плоские прямоугольные координаты Гаусса – Крюгера x_p, y_p по формулам (51)–(57), которые приведены в разделе 2.4 данного пособия. Завершает этот этап определение условных плоских прямоугольных координат по действительным координатам

$$x'_P = x_P + x_0; \quad (122)$$

$$y'_P = y_P + k \cdot 10^6 + y_0. \quad (123)$$

Анализ формул (119), (122), (123) позволяет сделать вывод о том, что для взаимосвязи двух систем плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера – государственной и региональной – требуется знать значения трех параметров (ключей). Такими параметрами являются:

- Долгота осевого меридиана $L_0^{(1)}$ первой трехградусной зоны;

- Координаты x_0, y_0 начала региональной действительной системы плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера относительно начала региональной условной системы.

Эти параметры устанавливаются разработчиками СКР, хранятся в территориальных инспекциях государственного геодезического надзора и являются закрытой для рядовых пользователей информацией.

Для установления местных систем плоских прямоугольных координат применяют два способа. Первый способ принципиально такой же, как и способ ввода СКР, который был описан ранее. Отличие состоит лишь в том, что в СКМ нет деления на зоны и поэтому за осевой меридиан обычно принимается тот, который проходит примерно посередине объекта.

В этом случае формулы (121)–(123) примут несколько иной вид:

$$l_M = L - L_0^M; \quad (124)$$

$$x'_M = x_M + x_0; \quad (125)$$

$$y'_M = y_M + y_0. \quad (126)$$

Такой способ ввода СКМ отличается своей строгостью. Его использование не вносит дополнительных искажений в результаты полевых измерений при их математической обработке. Однако он требует выполнения большого объема вычислительных работ, справиться с которым без привлечения компьютеров было затруднительно.

Поэтому до компьютеризации геодезического производства часто применяли другой способ. Его идея заключается в развороте координатных осей государственной системы и смещении начала координат (рис. 11).

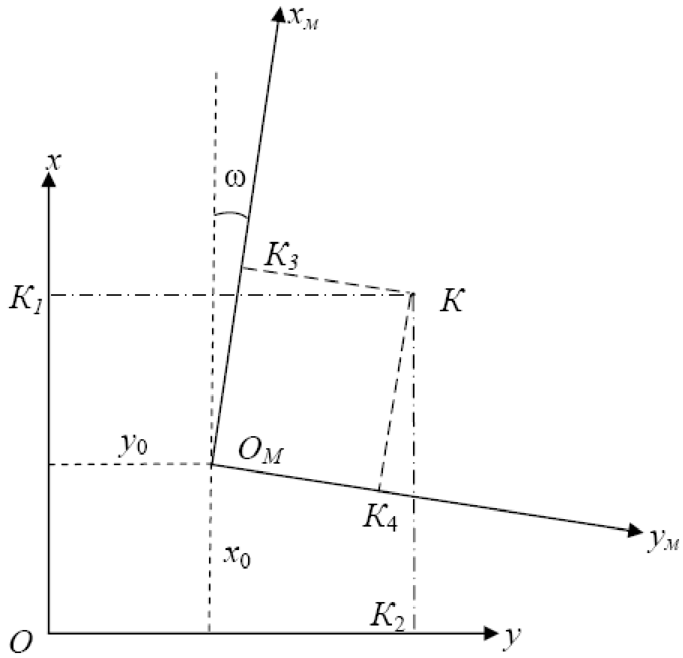


Рис. 11. Второй способ ввода местной системы координат

Во втором способе формулы связи действительных плоских прямоугольных координат в государственной $x = OK_1$, $y = OK_2$ и местной $x_M = O_MK_3$, $y_M = O_MK_4$ системах имеют более простой вид

$$x_M = a_1 x_1 + b_1 y_1; \quad (127)$$

$$y_M = -b_1 x_1 + a_1 y_1, \quad (128)$$

где

$$a_1 = \cos\omega(1 + \Delta m); \quad (129)$$

$$b_1 = \sin\omega(1 + \Delta m); \quad (130)$$

$$x_1 = x - x_0; \quad (131)$$

$$y_1 = y - y_0. \quad (132)$$

Здесь ω – угол разворота координатных осей местной системы относительно осей государственной системы координат (положительным считается разворот по ходу часовой стрелки); Δm – относительное изменение масштаба в местной системе координат; x_0 , y_0 – координаты центра местной системы координат относительно центра государственной системы координат. Во втором способе ввода СКМ параметры перехода ω, Δm, x_0, y_0 задаются разработчиком системы координат и так же, как в первом способе, должны быть закрыты для рядовых пользователей. Этот способ установления местных систем плоских прямоугольных координат может приводить к дополнительным искажениям результатов математической обработки полевых измерений. Причем величина искажений будет возрастать с увеличением площади объекта, на котором установлена СКМ. Поэтому в настоящее время второй способ ввода местных систем координат, по нашему мнению, использовать нецелесообразно.

2.3.2 Изменения дирекционных углов и длин сторон при вводе региональных и местных систем координат

При вводе региональных и местных систем плоских прямоугольных координат первым способом будут изменяться дирекционные углы направлений по сравнению с их значениями в государственных системах координат.

Методика оценивания величин таких изменений должна быть одинакова для СКР и СКМ. Получить формулу для расчета изменения дирекционных углов можно следующим образом. Формулу (72) связи дирекционных углов и геодезических азимутов можно записать и для местной системы координат

$$\alpha_{12}^{M} = A_{12} - \gamma_1^{M} + \delta_{12}^{M}, \quad (133)$$

где сближение меридианов γ_1^{M} и поправку за кривизну изображения геодезической линии на плоскости δ_{12}^{M} в СКМ можно вычислить по формулам (73), (74) соответственно. При этом разность долгот и приближенные координаты пунктов необходимо взять в местной системе координат.

Разность выражений (131) и (72) дает формулу для вычисления величины изменения дирекционных углов одноименных направлений

$$\alpha_{12}^{M} - \alpha_{12} = (\gamma_1 - \gamma_1^{M}) + (\delta_{12}^{M} - \delta_{12}). \quad (134)$$

Анализ уравнения (132) позволяет говорить о том, что на изменение дирекционных углов влияют две причины. Первая – это изменение сближения меридианов в точке K_1 (см. рис. 9). Разность сближений меридианов зависит от величины изменения долгот осевых меридианов в государственной и местной системах координат. Это основная поправка в дирекционные углы. По абсолютной величине она может достигать нескольких градусов и должна учитываться при выполнении топогеодезических работ любого класса точности и назначения. Вторая причина различия в дирекционных углах заключается в том, что при переходе к СКМ изменяется величина поправки в направление за кривизну изображения геодезической линии на плоскости. Разность поправок (δ_{12}^{M} - d_{12}) будет по модулю гораздо меньше, чем разность сближений меридианов. Эта разность, как правило, будет выражаться в секундах, в редких случаях может достигать 10–12 секунд. Поэтому учитывать ее необходимо только при выполнении геодезических работ соответствующего класса точности.

Формулы для вычисления разностей дирекционных углов одноименных направлений в СКР и государственной системах координат будут иметь вид (134). При вводе местных систем координат вторым способом дирекционные углы всех направлений будут изменяться на одну и ту же величину, равную углу разворота координатных осей ω (см. рис. 11).

Разность сближений меридианов (γ - γ^M) для заданной точки составит 1º15'28,463". Поэтому можно сделать вывод о том, что при вводе местной системы координат дирекционные углы направлений могут изменяться на величину порядка 1º15'30".

Кроме дирекционных углов на объектах, где введена региональная или местная система плоских прямоугольных координат Гаусса – Крюгера первым способом, будут изменяться и линейные искажения. А это, в свою очередь, будет приводить к изменению поправок в расстояния, которые вызваны переходом с поверхности эллипсоида вращения на плоскость. Величину относительного изменения линейных искажений ΔS можно оценить по формуле

$$\Delta_S = \frac{(m-1)}{(m^M-1)} \approx \frac{y^2}{y_M^2}. \qquad (135)$$

Если местная система координат введена вторым способом, то относительные изменения масштаба будут равны Δm (см. формулы (129, 130).

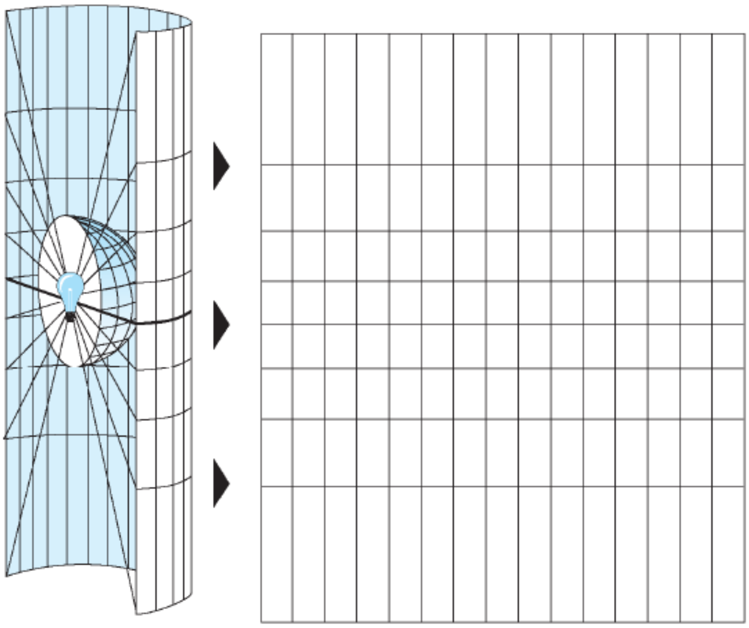
2.4 Картографические проекции [4]

Независимо от того, рассматриваете ли Вы Землю как сферу или как сфероид, Вы должны преобразовать ее трехмерную поверхность в плоское изображение на карте. Это преобразование, выполняемое по математическим законам, называется *картографической проекцией*. Одним из простых способов понимания того, как картографические проекции изменяют пространственные свойства, является визуализация проекции света сквозь Землю на поверхность, которая называется проекционной поверхностью. Представьте себе, что поверхность Земли прозрачна, и на ней нанесена картографическая сетка. Оберните кусок бумаги вокруг Земли. Источник света в центре Земли отбросит тени от сетки координат на кусок бумаги. Вы можете теперь развернуть бумагу и положить ее на плоскость. Форма координатной сетки на плоской поверхности бумаги очень отличается от ее формы на поверхности Земли. Проекция карты исказила картографическую сетку.

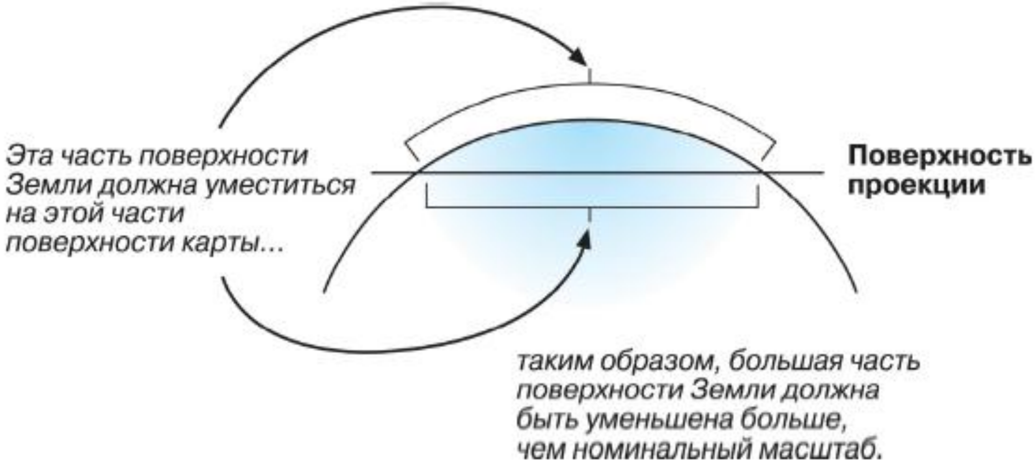
Разложить сфероид на плоскость нисколько не легче, чем расплющить кусок апельсиновой кожуры – он будет разорван. При отображении Земной поверхности в двухмерном пространстве искажается форма, площадь, длина или направление объектов.

Картографические проекции используют математические формулы, определяющие связь между сферическими координатами точек на поверхности эллипсоида или шара и соответствующими координатами точек на плоскости карты.

Различные проекции имеют разные типы искажений. Некоторые проекции разработаны с учетом минимизации искажений одной или двух характеристик данных. Проекция может сохранять площадь объектов, но изменять их форму. На графике, представленном ниже, объекты, расположенные у полюса, вытянуты. Диаграмма на следующей странице показывает, как трехмерные объекты сжимаются для того, чтобы их можно было поместить на плоскую поверхность.



Картографическая сетка географической системы координат, спроецированной на цилиндрическую поверхность.



Картографические проекции предназначены для определенных целей. Одни картографические проекции могут использоваться для отображения крупномасштабных объектов на ограниченной площади, другие – для составления мелкомасштабных карт мира. Картографические проекции, используемые для мелкомасштабных, карт обычно основываются на сферической, а не сфероидальной географической системе координат.

Равноугольные проекции

Равноугольные проекции сохраняют без искажений малые локальные формы. Для сохранения отдельных углов, описывающих пространственные отношения, равноугольная проекция должна также представлять линии картографической сетки пересекающимися под углом 90° на карте. Это достигается в этой проекции с помощью сохранения всех углов. Недостаток заключается в том, что площадь, ограниченная рядом кривых, может быть в процессе преобразования значительно искажена. Ни одна из картографических проекций не может сохранять большие территории без искажения формы.

Равновеликие проекции

Равновеликие проекции сохраняют площадь изображаемых объектов. Вследствие этого другие свойства: форма, углы, масштаб искажаются. В равновеликих проекциях параллели и меридианы могут не пересекаться под правильными углами. В некоторых случаях, особенно на картах небольших территорий, искажение форм не является очевидным, и очень трудно отличить равно угольную проекцию от равновеликой, если только она не была соответствующим образом определена по документации или путем измерений.

Равнопромежуточные проекции

Карты с равнопромежуточными проекциями сохраняют расстояния между определенными точками. Правильный масштаб не сохраняется никакой проекцией на всей карте; однако, в большинстве случаев существует одна или более линий на карте, вдоль которых масштаб сохраняется постоянным. В большинстве равнопромежуточных проекций есть одна или несколько линий, длина которых на карте равна (в масштабе карты) длине соотносимой с нею линии на глобусе, независимо от того, является ли эта линия большой или малой окружностью, прямой или кривой линией. О таких расстояниях говорят, что они *истинные*. Например, в Синусоидальной проекции экватор и все параллели имеют свою истинную длину. В других равнопромежуточных проекциях могут быть истинными Экватор и все меридианы. Иные проекции (например, равнопромежуточная проекция двух точек) показывают истинный масштаб между одной или двумя точками и каждой другой точкой на карте. Необходимо иметь в виду, что ни одна проекция не бывает равнопромежуточной по отношению ко всем точкам на карте.

Проекции истинного направления

Кратчайший путь между двумя точками на сферической поверхности, такой как поверхность Земли, пролегает вдоль сферического эквивалента прямой линии на плоской поверхности. Это большая окружность, на которой лежат две точки. Проекции истинного направления, или *азимутальные* проекции, используются для сохранения некоторых кривых, описывающих большие окружности, и придают правильные азимутальные направления всем точкам на карте относительно центра. Некоторые проекции этого типа являются также равноугольными, равновеликими или равнопромежуточными.

Типы проекций

Поскольку карты являются плоскими, в качестве вспомогательных поверхностей некоторых простейших проекций используются геометрические фигуры, которые можно развернуть на плоскость без растяжения их поверхностей. Они называются развертывающимися поверхностями. Типичными примерами являются конусы, цилиндры и плоскости. Картографические проекции систематически проецируют местоположения с поверхности сфероида на условные местоположения на плоской поверхности, используя уравнения картографических проекций.

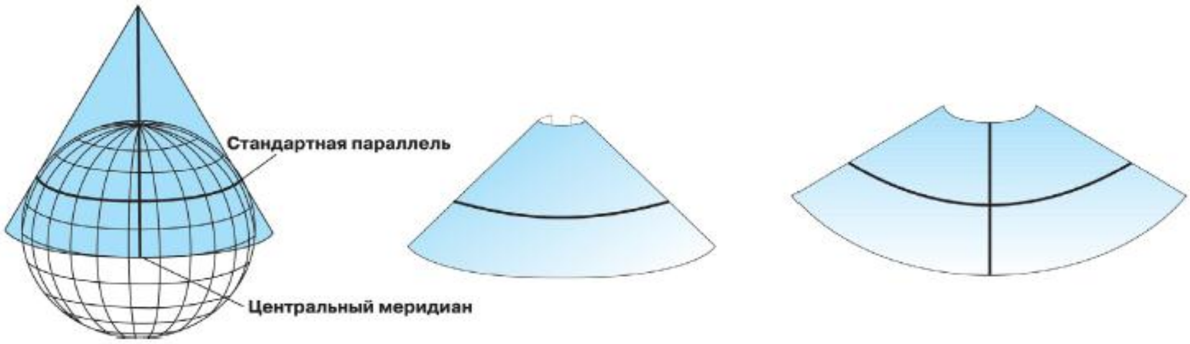
Первым шагом при проецировании одной поверхности на другую является создание одной или более точек контакта. Каждая такая точка называется *точкой касания*. Как будет показано ниже в разделе «Азимутальные проекции (проекции на плоскость)», азимутальная проекция проходит по касательной к глобусу только в одной точке. Конусы и цилиндры касаются глобуса вдоль линии. Если поверхность проекции пересекает глобус вместо того, чтобы просто коснуться его поверхности, то полученная в результате проекция является секущей, а не касательной. Независимо от того, является ли контакт касательным или секущим, его место очень значимо, поскольку определяет точку или линии нулевого искажения. Эту линию истинного масштаба часто называют *стандартной линией*. В общем случае, искажение проекции увеличивается с увеличением расстояния от точки контакта.

Многие обычные картографические проекции можно классифицировать в соответствии с используемой для них проекционной поверхностью: конические, цилиндрические или азимутальные (проекции на плоскость).

Конические проекции

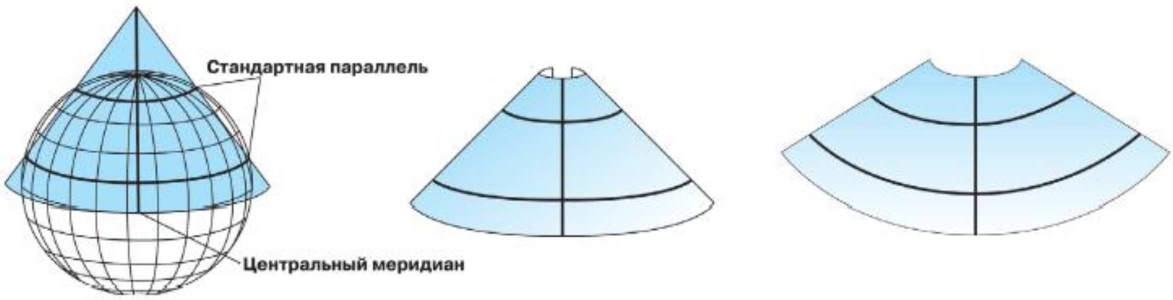
Самая простая коническая проекция проходит по касательной к глобусу вдоль линии широты. Эта линия называется *стандартной параллелью*. Меридианы проецируются на коническую поверхность, сходясь на вершине или в точке конуса. Параллели проецируются на коническую поверхность как кольца. Конус затем “рассекается” вдоль любого меридиана для создания конечной конической проекции, в которой имеются прямые сходящиеся меридианы и параллели, представленные концентрическими окружностями. Меридиан, противолежащий линии сечения, становится *центральным меридианом*.

Более сложные конические проекции соприкасаются с поверхностью глобуса в двух местах. Эти проекции называются *секущими* коническими проекциями и определяются двумя стандартными параллелями. Характер искажений при секущих проекциях различается для районов, расположенных между стандартными параллелями, и для районов, расположенных за их пределами. Как правило, секущая проекция дает меньшее суммарное искажение, чем касательная проекция. В еще более сложных конических проекциях ось конуса не совпадает с полярной осью глобуса. Такие проекции называются *косыми*.



В целом, чем дальше от стандартной параллели, тем больше искажение. Соответственно, отсечение верхушки конуса создает более точную проекцию. Этого можно достичь, если не использовать полярную область при проецировании объектов. Конические проекции используются для среднеширотных зон, имеющих ориентацию с востока на запад.

Изображение географических объектов зависит от расстояния между параллелями. При их равном удалении друг от друга проекция получается равнопромежуточной в направлении с севера на юг, но не равноугольной и не равновеликой. Примером такого типа проекций является Равнопромежуточная Коническая проекция. Для небольших областей общее искажение минимально. На Конической Равноугольной проекции Ламберта расстояние между центральными параллелями меньше, чем у параллелей ближе к границам, и не искажаются формы малых географических объектов на мелкомасштабных и крупномасштабных картах. На Равновеликой Конической проекции Альберса параллели вблизи северного и южного полюса расположены ближе друг к другу, чем центральные параллели, и проекция отображает эквивалентные площади.

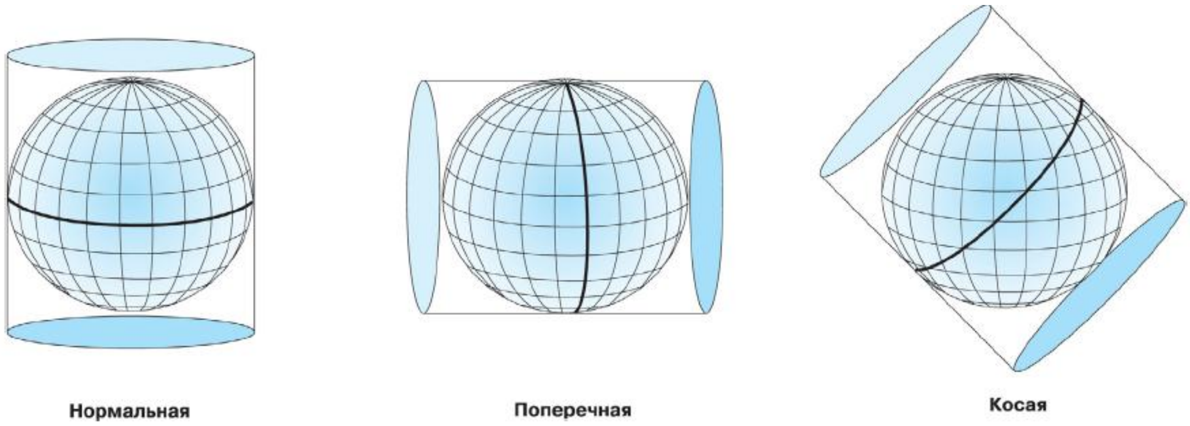


Цилиндрические проекции

Подобно коническим проекциям цилиндрические проекции могут также быть касательными или секущими. Проекция Меркатора является одной из наиболее простых цилиндрических проекций, и экватор обычно является ее линией касания. Меридианы проецируются геометрически на цилиндрическую поверхность, а параллели проецируются математически. При этом создается координатная сетка с углами 90°°. Цилиндр “рассекается” вдоль любого меридиана для получения конечной цилиндрической проекции. Меридианы расположены через равные интервалы, в то время как интервал между параллельными линиями широты возрастает по направлению к полюсам. Эта проекция является равноугольной и показывает истинное направление вдоль прямых линий. В проекции Меркатора прямыми линиями являются *линии румбов* – линии постоянного азимута, а не большинство больших окружностей.

При создании более сложных цилиндрических проекций цилиндр вращают, изменяя, таким образом, линии касания или сечения. Поперечные цилиндрические проекции, такие как Поперечная проекция Меркатора, используют меридианы как линии касательного контакта или линии, параллельные меридианам, как линии сечения. Стандартные линии располагаются в направлении север-юг, и вдоль них масштаб является истинным. Наклонные цилиндры вращают вокруг линии большой окружности, расположенной где-нибудь между экватором и меридианами. В этих более сложных проекциях большинство меридианов и линий широты больше не являются прямыми.

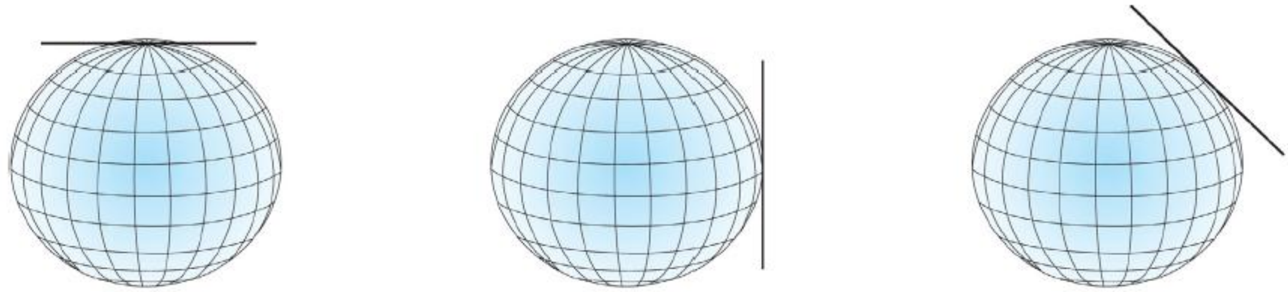
Во всех цилиндрических проекциях линия касания или линии сечения не имеют искажений, и, таким образом, являются линиями равных расстояний. Другие географические свойства варьируют в зависимости от конкретной проекции.



Проекции на плоскость (азимутальные проекции)

Проекции на плоскость проецируют картографические данные на плоскую поверхность, касающуюся глобуса. Проекция на плоскость также известна также как азимутальная или зенитная проекция. Этот вид проекции обычно идет по касательной к глобусу в одной точке, но может быть и секущим. Точкой контакта может быть Северный полюс, Южный полюс, точка на экваторе или любая точка между ними. Эта точка определяет используемую ориентировку и является фокусом проекции. Фокус определяется центральной долготой и центральной широтой. Ориентировка проекций может быть *полярной (нормальной), экваториальной (поперечной)* и *косой*.

В некоторых проекциях на плоскость данные о поверхности рассматриваются со специфической точки в пространстве. Эта точка обзора определяет, как сферические данные будут спроецированы на плоскую поверхность. Перспектива, в которой рассматриваются все местоположения, в различных азимутальных проекциях различная. Точкой перспективы может быть центр Земли, точка на поверхности, прямо противоположная фокусу, или внешняя точка по отношению к глобусу, как будто ее рассматривают со спутника или с другой планеты.

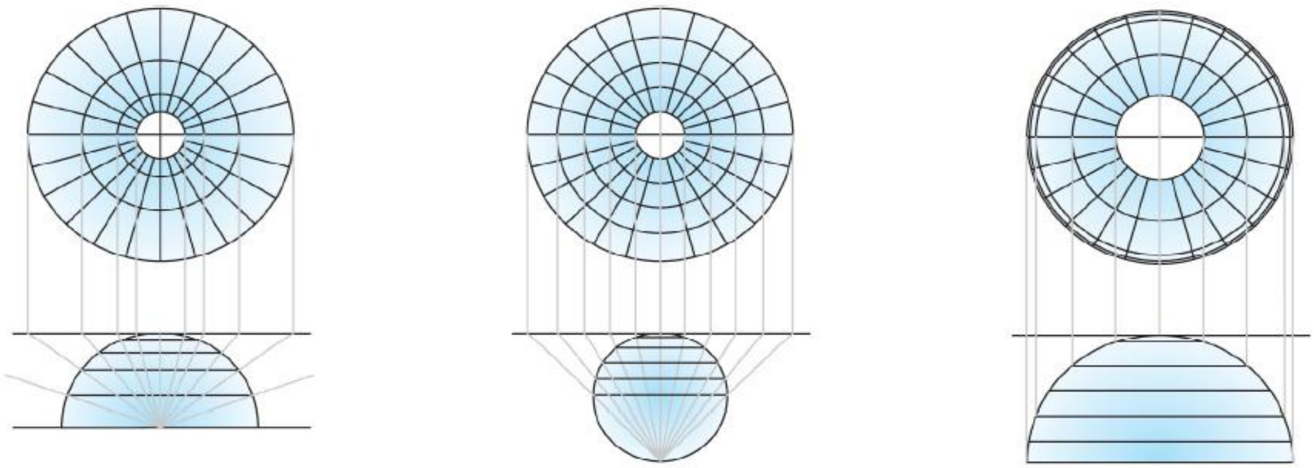


Полярная **Экваториальная** **Косая**

Полярные проекции представляют собой простейшую форму этого вида проекций. Параллели широты отходят от полюса как концентрические окружности, а меридианы представлены прямыми линиями, которые пересекаются на полюсе под своими истинными углами. При всех остальных ориентировках проекции на плоскость будут иметь углы координатной сетки 90°° в своем центральном фокусе. Направления из фокуса являются точными. Большие окружности, проходящие через фокус, представлены прямыми линиями, таким образом, кратчайшим расстоянием от центра до любой другой точки на карте является прямая линия. Модели искажения площадей и форм представляют собой круги вокруг фокуса. Поэтому азимутальные проекции лучше приспособлены для отображения округлых территорий, чем прямоугольных. Проекции на плоскость используются чаще всего для картографирования полярных регионов.

В некоторых проекциях на плоскость данные о поверхности рассматриваются со специфической точки в пространстве. Эта точка обзора определяет, как сферические данные будут спроецированы на плоскую поверхность. Перспектива, в которой рассматриваются все местоположения, в различных азимутальных проекциях различная. Точкой перспективы может быть центр Земли, точка на поверхности, прямо противоположная фокусу, или внешняя точка по отношению к глобусу, как будто ее рассматривают со спутника или с другой планеты.

Азимутальные проекции частично классифицируются по своему фокусу и, если это возможно, по точке перспективы. На рисунке ниже приведено сравнение трех плоскостных проекций с полярными аспектами, но с различными положениями точки перспективы. В Гномонической проекции данные о поверхности рассматриваются от центра Земли, в то время как в Стереографической проекции они рассматриваются от одного полюса к противоположному полюсу. В Ортографической проекции Земля рассматривается с бесконечно удаленной точки, как будто бы из далекого космоса. Обратите внимание на то, как различия в перспективе определяют степень искажения по направлению к экватору.



Гномоническая **Стереографическая** **Ортографическая**

Другие проекции

Проекции, которые мы обсуждали до настоящего времени, - это такие проекции, которые можно создать проецированием одной геометрической фигуры (сферы) на другую (конус, цилиндр или плоскость). Многие другие проекции нельзя так просто соотнести с одной из этих трех поверхностей.

Модифицированные проекции представляют собой модифицированные версии других проекций (например, Пространственная косая проекция Меркатора является модификацией проекции Меркатора). Эти модификации вносятся для уменьшения искажения, часто путем введения дополнительных стандартных линий или изменения модели искажения.

Псевдопроекции обладают только несколькими характеристиками другого класса проекций. Например, Синусоидальную проекцию называют псевдоцилиндрической проекцией, потому что все линии широты являются прямыми и параллельными, а все меридианы имеют равный промежуток. Однако она не может быть истинной цилиндрической проекцией, потому что все меридианы, за исключением центрального меридиана, имеют кривизну. В результате Земля на карте имеет овальную, а не прямоугольную форму. Другие категории можно отнести к специальным группам, таким как круговые или звездообразные.

Параметры проекций

Знание проекции карты не является само по себе достаточным для того, чтобы определить систему координат проекции. Вы можете утверждать, что ваш набор данных относится к Поперечной проекции Меркатора, но это не является достаточной информацией.

Где находится центр проекции? Был ли использован коэффициент масштаба? Без знания точных значений параметров проекции, нельзя перепроецировать ваш набор данных. Вы можете также получить некоторое представление об искажениях, которые проекция добавила к данным. Если вас интересует Австралия, но вы знаете, что центр проекции вашего набора данных находится в точке с координатами 0,0, или на пересечении экватора и Гринвичского нулевого меридиана, вы, пожалуй, захотите подумать об изменении центра проекции.

Каждая картографическая проекция имеет набор параметров, которые вы должны задать. Параметры устанавливают начало координат и определяют проекцию в зависимости от территории, которая вас интересует. Угловые параметры используют единицы измерения географической системы координат, в то время как линейные параметры используют единицы измерения системы координат проекции.

Линейные параметры

Сдвиг по оси *x* —линейное значение, применяемое для определения начала координат по оси *x*. Сдвиг по оси *y* —линейное значение, применяемое для определения начала координат по оси *y*. Сдвиг по оси *x* и сдвиг по оси *y* обычно используется для того, чтобы убедиться, что все значения координат *x* и *y* являются положительными. Вы можете также использовать параметры сдвига по x и по y для того, чтобы сузить диапазон значений координат *x* и *y*. Например, если вам известно, что все значения *y* больше, чем пять миллионов метров, вы можете применить значение сдвига по *x* равное _5,000,000.

Коэффициент масштаба—безразмерная величина, применяемая для центральной точки или линии проекции.

Коэффициент масштаба обычно чуть меньше единицы. В системе координат UTM, использующей Поперечную проекцию Меркатора, коэффициент масштаба равен 0.9996. Это означает, что масштаб вдоль центрального меридиана проекции равен 0.9996, а не 1.0.

При этом на двух почти параллельных линиях, находящихся на расстоянии примерно 180 км, масштаб равен 1.0. Использование коэффициента масштаба уменьшает общие искажения проекции для области интереса.

Угловые параметры

Азимут - определяет центральную линию проекции. Угол вращения измеряется по часовой стрелке от направления на север. Используется в азимутальных случаях косой проекции Меркатора в версии Хотина (Hotine Oblique Mercator).

Центральный меридиан - определяет начало координат по оси x. Широта начала координат - определяет начало координат по оси x. Центральный меридиан и широта начала координат являются синонимичными параметрами.

Центральная параллель—Определяет начало координат по оси y. Долгота начала координат - определяет начало координат по оси y.

Этот параметр может не находится в центре проекции. В частности, в конических проекциях этот параметр используется для того, чтобы задать начало координат по оси *y* за пределами области интереса. В таком случае, вам не нужно задавать параметр сдвига по оси *y*, чтобы быть уверенным, что все значения координат *y* будут положительными.

Долгота центра - Используется с косой проекцией Меркатора в версии Хотина (Hotine Oblique Mercator) (и для проекции двух точек, и для азимутальной проекции) для того, чтобы определить начало координат по оси x. Обычно этот параметр синонимичен параметрам долготы начала координат и центрального меридиана.

Широта центра проекции— Используется с косой проекцией Меркатора в версии Хотина (Hotine Oblique Mercator) (и для проекции двух точек, и для азимутальной проекции) для того, чтобы определить начало координат по оси y. Этот параметр почти всегда является центром проекции. Стандартная параллель 1 и стандартна параллель 2 - Используется в конических проекциях для определения линий широты, для которых масштаб равен 1.0.

При определении равноугольной конической проекции Ламберта с одной стандартной параллелью, первая стандартная параллель определяет начало координат по оси y.

Для других случаев конических проекций, начало координат по оси y определяется параметром ‘широта начала координат’.

Долгота первой точки

Широта первой точки

Долгота второй точки

Широта второй точки

Четыре параметра, приведенные выше, используются для равнопромежуточной проекции двух точек и для косой проекции Меркатора в версии Хотина (Hotine Oblique Mercator). Они устанавливают две географические точки, которые определяют центральную ось проекции.

Псевдостандартная параллель 1 - Используется в проекции Кровака для определения стандартной параллели косого конуса.

Поворот плоскости XY — Вместе с масштабными параметрами X и Y, определяет ориентацию проекции Кровака.

Безразмерные параметры

Масштабный коэффициент - Безразмерное значение, применимое к центральной точке или линии картографической проекции.

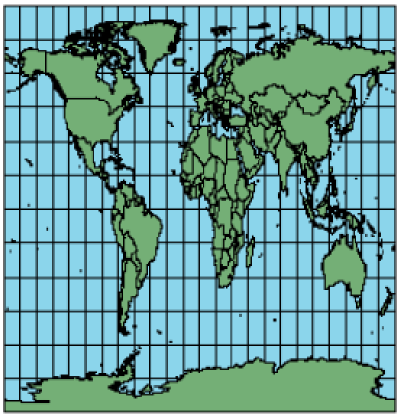
Масштабный коэффициент обычно несколько меньше единицы. В системе координат UTM, которая использует поперечную проекцию Меркатора, масштабный коэффициент равен 0.9996. Таким образом, вдоль центрального меридиана в этой проекции используется масштаб 0.9996. При таком масштабном коэффициенте, линии, расположенные приблизительно в 180 км к западу и к востоку от центрального меридиана и параллельные ему, имеют масштабный коэффициент, равный 1.0. Масштабный коэффициент уменьшает общие искажения проекции в интересующей области.

Масштаб по X—Используется в проекции Кровака для ориентации осей.

Масштаб по Y—Используется в проекции Кровака для ориентации осей.

Опция - Используется в Кубической проекции и в проекции Фуллера. В Кубической проекции опция определяет расположение граней полюсов. При установке опции 0 в проекции Фуллера будут отображены все 20 граней. При определении значения опции от 1 до 20, будет отображена определенная грань.

Равнопромежуточная цилиндрическая проекция



Центральный меридиан - 0°.

Описание

Известна также как Равноугольная проекция, Простая цилиндрическая проекция, Равноугольная проекция или Plate Carrÿe (если стандартной параллелью является экватор). Эту проекцию очень легко построить, поскольку она образует сетку, состоящую из равных прямоугольников. Из-за простоты расчетов эту проекцию чаще использовали в прошлом, чем сейчас. В этой проекции полярные регионы имеют меньшие искажения масштаба и площади, чем в проекции Меркатора.

Метод проецирования

Эта простая цилиндрическая проекция преобразует глобус в Декартову систему координат. Каждая прямоугольная ячейка этой сетки имеет одинаковый размер, форму и площадь. Все линии сетки пересекаются под углом 90 градусов. Стандартной параллелью может быть любая линия, но в традиционной проекции Plate Carrÿe стандартной параллелью считается Экватор. При использовании Экватора ячейки сетки представляют собой идеальные квадраты, но если используется любая другая параллель, то ячейки становятся прямоугольными. В этой проекции полюса представлены прямыми линиями сверху и снизу.

Линии контакта

Касательная к экватору или секущая при двух параллелях, симметричных относительно экватора.

Линейные элементы картографической сетки

Все меридианы и все параллели.

СВОЙСТВА

Форма

Искажение возрастает по мере удаления от стандартных параллелей.

Площадь

Искажение возрастает по мере удаления от стандартных параллелей.

Направление

Точные направления сохраняются вдоль линий сетки:

на восток, запад, юг и север. В целом, направления искажены, кроме локальных направлений вдоль стандартных параллелей.

Расстояние

Правильный масштаб вдоль всех меридианов и вдоль стандартных параллелей.

Ограничения

Заметные искажения по мере удаления от стандартных параллелей.

Области использования

Лучше всего подходит для создания карт городов или других небольших областей в достаточно крупных масс штабах, что позволяет уменьшить очевидное искажение.

Используется для простых представлений мира в целом или отдельных регионов с минимумом географических данных, например, при создании справочных карт.

Проекция Гаусса-Крюгера

ОПИСАНИЕ

Известна также как Поперечная проекция Меркатора. Эта проекция подобна проекции Меркатора за исключением того, что ориентировка цилиндра продольная, вдоль меридиана вместо экватора. Результирующая равноугольная проекция не сохраняет направления. Центральный меридиан, находится в регионе, который может быть выбран. По центральному меридиану искажения всех свойств объектов региона - минимальные. Эта проекция наиболее подходит для картографирования территорий, протяженных с севера на юг. Система координат Гаусса – Крюгера основывается на проекции Гаусса – Крюгера.

Метод проецирования

Цилиндрическая проекция с центральным меридианом, расположенным в конкретном регионе.

линии контакта

Любой меридиан для касательной проекции. Две параллельные линии на одинаковом расстоянии от центрального меридиана для секущей проекции.

линейные элементы картографической сетки

Экватор и центральный меридиан.

СВОЙСТВА

Форма

Равноугольная. Малые формы сохраняются. Искажение формы больших территорий увеличивается при удалении от центрального меридиана.

Площадь

Искажение площадей увеличивается при удалении от центрального меридиана

Направление

Локальные углы точны во всех направлениях.

Расстояние

Точный масштаб сохраняется вдоль центрального меридиана, когда коэффициент масштаба равен 1.0. Если он меньше 1.0, то точный масштаб сохраняется на прямых линиях, расположенных на равных расстояниях по обе стороны от центрального меридиана.

Ограничения

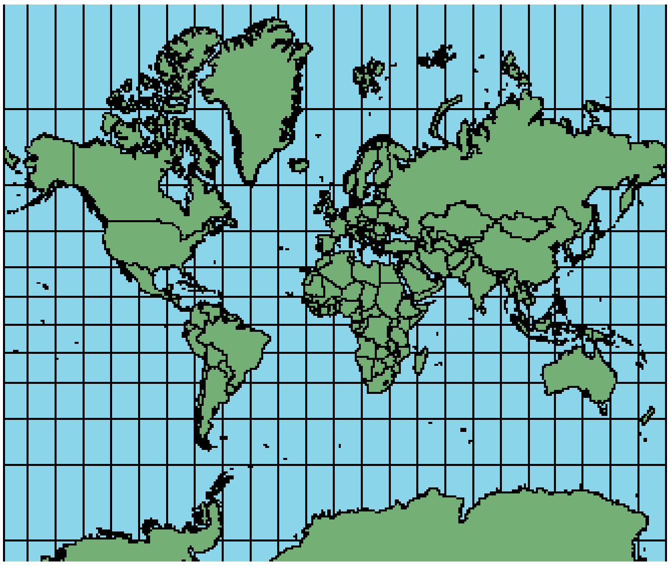
Объекты сфероида или эллипсоида не могут быть спроецированы за пределы 90 градусов от центрального меридиана. Фактически протяженность сфероида или эллипсоида должна быть в пределах 10_12 градусов по обе стороны от центрального меридиана. За пределами этого диапазона, спроецированные данные могут не проецироваться в ту же самую позицию при обратной операции. Объекты сферы не имеют таких ограничений при проецировании.

Области использования

Система координат Гаусса – Крюгера. В системе координат Гаусса – Крюгера поверхность Земного шара поделена на зоны шириной шесть градусов каждая; координатными осями являются прямолинейный средний меридиан (ось абсцисс) и прямолинейный экватор (ось ординат). Каждая зона имеет коэффициент масштаба равный 1.0 и сдвиг по оси Y _ 500000 метров. Центральный меридиан первой зоны -30 ВД. Чтобы знать, к какой зоне относятся координаты, к значению ординаты слева приписывают номер зоны. В результате получается условное значение ординаты и сдвиг увеличивается на один миллион, умноженный на номер зоны. Так, зона 5 будет иметь величину сдвига 5500000 метров.

Система UTM подобна системе Гаусса_Крюгера. Коэффициент масштаба равен 0.9996 и центральный меридиан первой UTM-зоны - 1770 З.Д. Сдвиг по оси X равен 500000 метров и южное полушарие также имеет сдвиг по оси Y – 10000000 метров.

Проекция Меркатора



Центральный меридиан проекции % 0°.

Описание

Изначально создавалась для отображения точных показаний компаса во время морских путешествий. Дополнительное свойство данной проекции состоит в том, что все формы местности являются точными и легко опознаются.

Метод проецирования

Цилиндрическая проекция. Все меридианы параллельны друг другу и находятся на одинаковом расстоянии. Линии широт тоже параллельны, но расстояние между ними увеличивается по направлению к полюсам. Полюса не могут быть отображены.

Линии контакта

Экватор или две параллели, симметричные относительно экватора.

Линейные элементы картографической сетки

Все меридианы и все параллели.

СВОЙСТВА

Форма

Равноугольная проекция. Маленькие формы хорошо отображаются, поскольку эта проекция сохраняет подобие углов на местности.

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ КОСАЯ ПРОЕКЦИЯ МЕРКАТОРА

Описание

Эта проекция является практически равноугольной и имеет небольшие искажение масштаба в пределах полосы захвата спутников, предназначенных для картографирования, например Landsat. Это первая проекция, которая позволяет связать вращение Земли с движением спутника, находящегося на орбите. Для Landsat 1, 2, и 3, диапазон полосы захвата от 1 до 251. Для Landsat 4 и 5, диапазон полосы захвата от 1 до 233.

Метод проецирования

Измененная цилиндрическая, для которой центральная линия проекции является кривой и определяется наземной трассой орбиты спутника.

Линия касания

Концептуальная.

Линейные элементы картографической сетки

Нет.

СВОЙСТВА

Форма

Форма является правильной в пределах нескольких частей на миллион для полосы захвата спутника.

Площадь

Варьирует в пределах меньше 0.02 процента для полосы захвата спутника.

Направление

Минимальные искажения в пределах полосы захвата.

Расстояние

Масштаб является истинным вдоль наземной трассы и варьирует в пределах примерно 0.01 процента в пределах полосы захвата.

Ограничения

Карты для соседних полос захвата не могут быть совмещены без трансформирования.

Области использования

Специально разработана с тем, чтобы минимизировать искажения в пределах полосы захвата спутника, пред назначенного для картографирования и находящего ся на орбите над вращающейся Землей.

Подходит для связи спутниковых изображений с наземными плоскими системами координат и для непрерывного картографирования по спутниковым изображениям.

Стандартный формат, используемый для спутников Landsat 4 и 5.

УНИВЕРСАЛЬНАЯ ПОПЕРЕЧНАЯ ПРОЕКЦИЯ МЕРКАТОРА

Описание

Также известна как проекция UTM. Система Универсальной поперечной проекции Меркатора является специализированным приложением поперечной проекции Меркатора. Земной шар поделен на 60 северных и южных зон, каждая из которых соответствует шести градусам по долготе. В каждой зоне есть свой собственный центральный меридиан. Зоны 1N (1 северная) и 1S (1 южная) начинаются на _180° ЗД. Границы каждой зоны _ 84° СШ и 80° ЮШ, северные и южные зоны стыкуются на экваторе. Для картографирования полярных регионов используется система координат Универсальной полярной стереографической проекции. Начало проекции каждой зоны - центральный меридиан и экватор. Чтобы устранить отрицательные координаты, система координат меняет значения координат в начале проекции. Значение, присвоенное центральному меридиану, - это сдвиг по оси X, а значение, присвоенное экватору, - сдвиг по оси Y. Для сдвига по оси X используется значение 500,000 метров. Для северных зон используется значение сдвига по оси X, равное нулю, а для южных зон – 10,000,000 метров.

Метод проецирования

Цилиндрическая проекция. Для описания методологии обратитесь к описанию Поперечной проекции Меркатора.

Линии контакта

Две линии, параллельные центральному меридиану зоны UTM и отстоящие от него примерно на 180 км.

Линейные элементы картографической сетки

Центральный меридиан и экватор.

СВОЙСТВА

Форма

Равноугольная проекция. Точная передача небольших форм. Минимальное искажение более крупных форм в пределах зоны.

Площадь

Минимальные искажения в пределах каждой зоны UTM.

Направление

Местные углы являются истинными.

Расстояние

Масштаб является постоянным вдоль центрального меридиана, но коэффициент масштаба для него равен 0.9996, что позволяет уменьшить искажения по краям зоны. При таком коэффициенте масштаба линии, расположенные на расстоянии 180 км к западу и к востоку от центрального меридиана и параллельные ему, имеют коэффициент масштаба равный единице.

Ограничения

Разработана для получения ошибки масштаба, не превышающей 0.1 процента в пределах каждой зоны. Ошибки и искажения увеличиваются для регионов, которые перекрывают несколько зон. Данные на сфероиде или эллипсоиде не могут быть спроецированы за пределами 90 градусов от центрального меридиана. В действительности, пространство на сфероиде или на эллипсоиде должно быть ограничено 15–20 градусами по обе стороны от центрального меридиана. За пределами этого диапазона данные, спроецированные в Поперечную проекцию Меркатора, при обратном проецировании могут оказаться смещенными. Для данных на сфере этих ограничений не существует.

Области применения

Используется для листов топографических карт Соединенных Штатов масштаба 1:100 000.

Многие страны применяют местные зоны UTM, основанные на официально используемых географических систем координат. Крупномасштабное топографическое картографирование бывшего Советского Союза.

3 Методика преобразования координат из системы 1942г. в местную систему

3.1 Редуцирование линий

При производстве геодезических работ (триангуляции, трилатерации, полигонометрии) расстояния (D) между геодезическими пунктами измеряются по прямой линии, которая на поверхности эллипсоида изобразится кривой, так называемой геодезической линией (рис. 12).

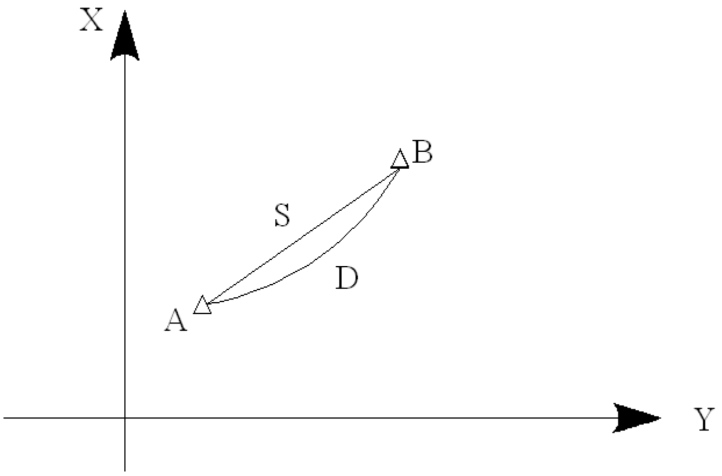


Рис.12

D – измеряемое расстояние на плоскости земной поверхности, равное расстоянию на поверхности эллипсоида по геодезической линии между пунктами A и B;

S – расстояние на плоскости эллипсоида между теми же пунктами.

Геодезическая линия – это кривая, являющаяся кратчайшим расстоянием между двумя точками на поверхности эллипсоида.

Так как расстояние D (геодезическая линия), то проектирование её (выпрямление) на плоскость эллипсоида вызовет удлинение линии S на величину ΔS. Соотношение между длинами линий S и D можно выразить формулой

$$S=D+\Delta S \qquad (136)$$

Для определения величины ΔS воспользуемся формулой, приведенной в учебниках «Курс высшей геодезии» П.С. Закатова, «Курс сфероидической геодезии» В.П. Морозова или «Курс сфероидической геодезии» Г.В. Багратуни

$$\Delta S = S\left(\frac{Y^2m}{2R^2} + \frac{(Y_2-Y_1)^2}{24R^2} + \frac{Y^4m}{24R^4}\right) \qquad (137)$$

Y_1 и Y_2 - ординаты концов линии;

Y_m=½ ($Y_1 + Y_2$) – ординаты середины линии;

R – средний радиус кривизны эллипсоида на средней широте редуцируемого расстояния.

Формула (137) служит для нахождения разности (поправки) длины геодезической линии и хорды изображения геодезической линии, соединяющей два смежных пункта при переносе расстояний с поверхности эллипсоида на плоскость.

Третий член формулы (2) при расстоянии D=30 000 м и удалении середины линии от осевого меридиана 300 км вызовет ошибку в редуцируемом расстоянии порядка 4 мм, поэтому этим членом формулы можно пренебречь.

Теперь формула (137) примет вид:

$$\Delta S = S\left(\frac{Ym^2}{2R^2} + \frac{(Y_2-Y_1)^2}{24R^2}\right) \quad (138)$$

При редуцировании (преобразовании) координат из государственной системы в местную необходимо вычислить расстояние D.

Из формулы (136) имеем

$$D = S- \Delta S \qquad (139)$$

В формуле (139) расстояние S определяется по координатам точек концов линии, а поправка ΔS по формуле (138).

Подставляя в формулу (139) значение ΔS из формулы (138) получим

$$D = S - S\left(\frac{Y^2m}{2R^2} + \frac{(Y_2-Y_1)^2}{24R^2}\right)$$

или

$$D = S\left(1 - \frac{Y^2m}{2R^2} - \frac{(Y_2-Y_1)^2}{24R^2}\right) \qquad (140)$$

В формуле (140) второй множитель по существу является масштабом «m» изображения линии в местной системе координат по отношению к государственной.

Значение расстояния D, вычисленного по формуле (140) будет относиться к уровню эллипсоида. Чтобы перейти на уровень города (объекта) необходимо исправить масштаб изображения на величину $\frac{H}{R}$, где H – уровень города (объекта).

$$D = S\left(1 - \frac{Ym^2}{2R^2} - \frac{(Y_2-Y_1)^2}{24R^2} + \frac{H}{R}\right) \quad (141)$$

Формула (141) является основной формулой преобразования координат из системы координат 1942 г. в местную систему координат. Формулы (138) - (141) следует применять при удалении пунктов не более 100км от осевого меридиана ($Y_m \leq 100$км).

3.2 Вычисление координат в местной системе

Методика преобразования следующая:

1. По материалам топографо-геодезической изученности для исследуемого объекта выбирается начальный пункт триангуляции. Координаты начального пункта оставляются в системе координат 1942г. Частный осевой меридиан объекта принимается, проходящим через начальный пункт. В качестве начального, выбирается один из пунктов старшего класса. Расположен, он должен быть по оси ординат примерно на одинаковом расстоянии от (западной и восточной) границы района работ. Разность ординат начального пункта (частного осевого меридиана) и самых удаленных точек (западной и восточной) границы района работ, желательно не должна превышать 120 км. В этом случае не надо

будет вводить вторичные поправки за удаление пунктов в местной системе координат от частного осевого меридиана района работ.

2. По формуле (141) вычисляются от начального пункта все стороны исходной триангуляции (Рис. 13). на среднем уровне района работ (средней отметке) земной поверхности над эллипсоидом.

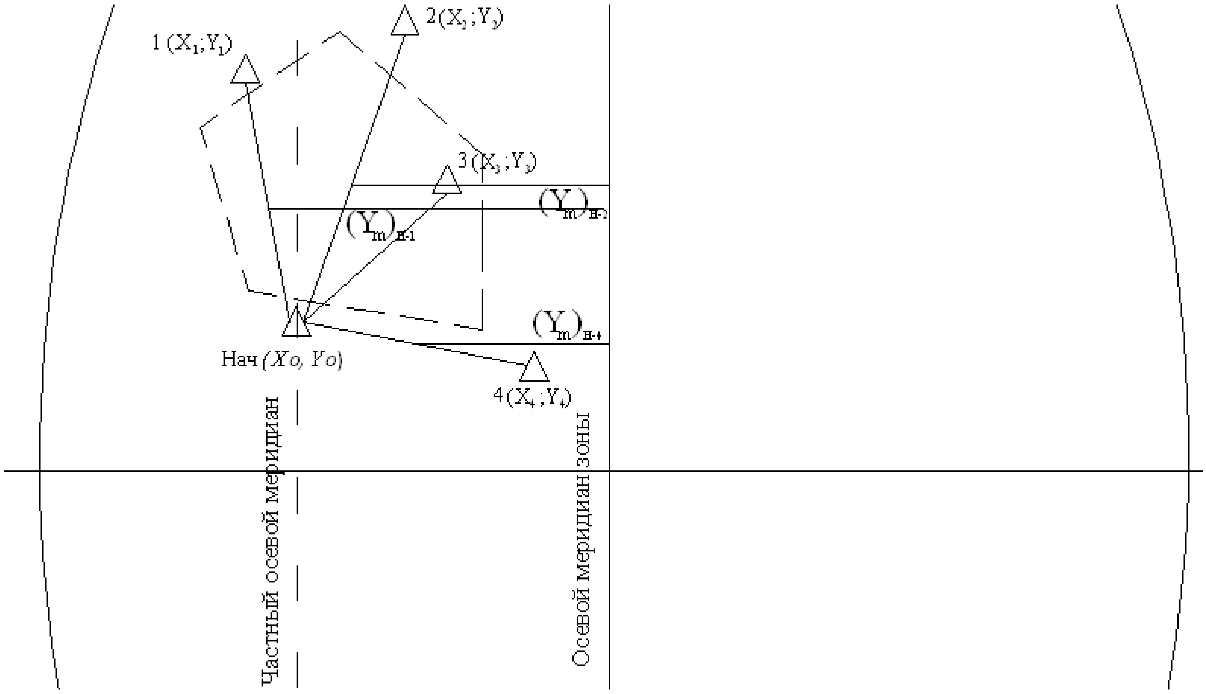


Рис.13

3. Для удобства пользования формулу (141) представим в виде

$D_i = S_i[1 - (1) - (2) + (3)]$, где

$$\left.\begin{aligned} (1) &= \frac{(Y_m)_i^2}{2R^2} \\ (2) &= \frac{(Y_i - Y_H)^2}{24{R_m}^2} \\ (3) &= \frac{H}{R_m} \end{aligned}\right\} \quad (142)$$

D_i – сторона *«i»* в местной системе координат;

S_i – сторона *«i»* в системе координат 1942 г.;

Ym_i – удаление середины стороны *«i»* от осевого меридиана зоны;

Y_H – ордината начального пункта в системе координат 1942 г.;

Y_i – ордината пункта *«i»* в системе координать1942 г.;

H – средняя отметка района работ;

R_m – 6 378 245 м – средний радиус кривизны.

Примечание: В формуле (142) применяется средний радиус кривизны эллипсоида (вместо радиуса кривизны эллипсоида на средней широте объекта работ или так называемого радиуса кривизны первого вертикала N) в связи с тем, что наибольшее расхождение значений радиусов кривизны первого вертикала составляет 21455 м на широте 90^0. Замена радиуса N на радиус R_m вызовет ошибку в определении редуцированной стороны 30 000 м не превышающую 1 мм.

4. Ориентирование местной геодезической сети следует сохранить в системе координат 1942г., что в дальнейшем упрощает ее дальнейшую обработку и, в случае необходимости, преобразования местной системы координат в систему координат 1942г.

5. По вычисленным согласно формуле (142) отредуцированным сторонам в местной системе координат от начального пункта вычисляются координаты всех исходных пунктов в местной системе координат.

6. Координаты этих пунктов можно вычислить по следующим формулам:

$$X_i^m = X_H + \frac{X_i - X_H}{S_i} * D_i$$
$$Y_i^m = Y_H + \frac{Y_i - Y_H}{S_i} * D_i \qquad (143)$$

X_i^m, Y_i^m – координаты пунктов в местной системе координат;

X_H, Y_H – координаты начального пункта;

X_i, Y_i – координаты пункта «i» в системе координат 1942 г.;

$S_i = \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2}$ - сторона «i» в системе координат 1942 г.;

D_i – сторона «i» в местной системе координат, вычисленная по формуле (142);

- по формулам:

$$X_i^m = X_H + D_i \cos\alpha_i$$
$$Y_i^m = Y_H + D_i \sin\alpha_i \qquad (144)$$

где, $\alpha_i = arctg\frac{\Delta Y_i}{\Delta X_i}$ – дирекционный угол стороны «i» в системе координат 1942 г.;

Пример перевычисления координат из СК-42 в местную систему координат приведен в приложении 1.

3.3 Вычисление редукционных поправок за кривизну изображения эллипсоида на плоскости по таблицам

Приведенные в разделе 2.1. формулы (136)-(141) для вычисления поправок за редуцирование (переход) с поверхности эллипсоида на земную плоскость предназначены для определения поправок с любой необходимой точностью. Они довольно громоздки и трудоемки.

Применение их не всегда целесообразно, а именно: для определения координат пунктов только съемочного обоснования на небольших участках при выполнении топографических съемок разового использования; для определения координат геодезических пунктов, расположенных на расстоянии 30-40 км к западу или востоку от осевого меридиана зоны; при решении других подобных задач.

Для облегчения решения, этих задач одновременно с началом развития триангуляционных сетей составлялись различные таблицы. Одной из таких таблиц (сборников таблиц) является «Сборник таблиц для геодезических вычислений» военно-топографического управления генерального штаба, Редакционно-издательский отдел, Москва 1953г.

В сборнике помещена таблица (см приложение 2 таблица 2.1) для вычисления поправок ΔS за приведение длин линий на плоскость. Она позволяет определять поправки с точностью, обеспечивающей пролжение полигонометрии 4 класса.

Поправки ΔS в таблице вычисляются в миллиметрах по формуле:

$$\Delta S = K*S \qquad (145)$$

где $K = \frac{Y_m^2}{2R^2}\ 10^6$, S-вычисленная по координатам длина линии в километрах.

Коэффициент К выбирается из таблицы в мм по средней ординате ($У_м$) измеряемой линии в км.

Поправка ΔS всегда отнимается от стороны S

Пример вычисления поправок за редуцирование (переход) с поверхности эллипсоида на земную плоскость приведен приложении 2.

3.4 Вычисление редукционных поправок за приведение длин линий на среднюю отметку района работ

Для облегчения труда вычислителей, ускорения работ и упорядочения самого процесса вычислений военно-топографическим управлением генерального штаба с привлечением других специалистов составлен «Сборник таблиц для геодезических вычислений», изданным редакционно-издательским отделом ВТС, Москва 1953г.

В этом пособии помещена таблица (приложение 3 таблица 3.1) коэффициентов К для вычисления поправок $\Delta S_н$ за приведение длин с поверхности эллипсоида на земную поверхность.

Поправка вычисляется с точностью до 1 мм по формуле:

$$\Delta S_н = K*S \quad (146)$$

где $K = \frac{H}{R_m}\ 10^3$

S – длина линии на плоскости эллипсоида, вычисленная по координатам ее концов, в таблице используется в км.

Коэффициент К выбирается из таблицы по средней высоте района работ над уровнем моря в мм.

Поправка прибавляется к вычисленной линии, когда H имеет положительное значение (поверхность Земли выше уровня моря) и вычитается, когда H отрицательное (поверхность Земли ниже уровня моря). Пример вычисления редукционных поправок за приведение длин линий на среднюю отметку района работ приведен в приложении 3.

3.5 Вычисления координат пунктов в местной системе по масштабному коэффициенту с применением специальных таблиц

Как было сказано в разделе 2.1 работа по перевычислению длин сторон триангуляции (редуцированию) и координат пунктов из системы СК-42 в местную очень трудоемкая и требует специальной квалификации исполнителя.

Для облегчения этих работ можно использовать специальные таблицы, составленные на основании формулы (147).

$$D = S\left(1 - \frac{Y^2 m}{2R^2 m} - \frac{(Y_2 - Y_1)^2}{24R^2 m} - \frac{Y^4 m}{24R^4 m} + \frac{H}{Rm}\right) \quad (147)$$

Формула (147) универсальна и может быть использована для перевычисления координат пунктов триангуляции всех классов.

Введем обозначения:

$$M_s = 1 - \frac{Y^2 m}{2R^2 m} - \frac{(Y_2 - Y_1)^2}{24R^2 m} - \frac{Y^4 m}{24R^4 m} \quad (148)$$

$$M_h = \frac{H}{Rm} \quad (149)$$

M_s - масштабный коэффициент редуцирования линий с плоскости эллипсоида на плоскость земной поверхности;

M_h - масштабный коэффициент проектирования длин линий с плоскости эллипсоида на среднюю отметку района работ H.

Теперь формула (147) примет вид:

$$D = S(M_s + M_h) \quad (150)$$

По формулам (148) и (149) составлены специальные таблицы 4.1 и 4.2 (приложение) соответственно.

Таблица 4.1 составлена по аргументам Y_m (удаление середины линии от осевого меридиана) и Δy (разница ординат конечных точек редуцируемой линии) с интервалом через 10 км, а таблица 4.2 по аргументу H через 100 м.

Коэффициент M_h находится предельно просто по таблице 4.2 простым интерполированием. Коэффициент M_s определяется по таблице 4.1 двойным интерполированием по обоим аргументам Y_m и Δy, сущность которого рассмотрим на конкретном примере, приведенном в приложении 4

По масштабным коэффициентам M, полученным по формулам (147) или таблицам 4.1 и 4.2 в приложении 4, не вычисляя значения координат по формулам (152),приведенным в главе 3.6

3.6 Вычисление координат пунктов в местной системе по специальным формулам

Вычисление масштабного коэффициента М по формуле (147), формуле (148) с таблицей 6 без специально разработанной программы или с применением только таблиц 5 и 6 очень трудоемкий процесс.

Проще определять коэффициент (выполнять редуцирование длин линий с поверхности эллипсоида на земную поверхность) по следующим формулам, полученным преобразованием формулы (30):

$$M_s = 1+Y_m^2 *K_1 + \Delta y^2 *K_2 + K_3 * Y_m^4 \qquad (151),$$

$$\text{где } K_1 = -\frac{1}{2R^2m};\ K_2 = -\frac{1}{24R^2m};\ K_3 = -\frac{1}{24R^4m}$$

K_1=-1.22904451^{-08} , K_2=-1.02420376^{-09}, K_3=-2.5175840^{-17} – постоянные коэффициенты,

а Y_m и Δy выражены в километрах.

Для примера, приведенного в приложении 4 ,

Y_m= 112.715 , Δy= 14.712, получим

M_s=0.999 843 628

Это полностью согласуется с вычисленным значением M_s по формуле (148), и таблице 4.1 в приложении 4. Разность составляет 0 и 2.7 единицы в седьмом знаке соответственно.

После получения по таблицам 4.1 и 4.2 по формуле (147) или по формуле (151) и таблице 4.2 значений M_s и M_h, не вычисляя редуцируемую линию, вычисляют значения координат пунктов в Местной системе координат.

$$\left.\begin{aligned} X_i &= X_н + \Delta X_i * M \\ Y_i &= Y_н + \Delta Y_i * M \end{aligned}\right\} \qquad (152)$$

где $M = M_s + M_h$,

$\Delta X_i = X_i - X_н$

$\Delta Y_i = Y_i - Y_н$

$X_н$, $Y_н$ – координаты начального пункта;

ΔX_i и ΔY_i – приращения координат в СК42

Контрольный пример вычисления координат пунктов в местной системе по специальным формулам приведен в приложении 5.

3.7 Ареал применения формул для преобразования координат из системы СК-42 в местную систему

Все формулы преобразования координат пунктов из СК-42 в местную систему могут применяться при удалении их от осевого меридиана до

3º30´ (300км) независимо от того, где они расположены – к западу или к востоку от осевого меридиана для триангуляции всех классов.

Единственной проблемой при преобразовании координат является то, что в соответствии с основным признаком проекции Гаусса – Крюгера масштаб изображения сторон триангуляции на плоскости эллипсоида и на плоскости Земли (отношение длины стороны на плоскости Земли к длине ее на плоскости эллипсоида) изменяется от 1.000000 (район осевого меридиана) до 0.999104 (край шестиградусной зоны), то есть на величину девять единиц в четвертом знаке после запятой. Преобразованные пункты триангуляции при этом получаются не уравненными и со значительными искажениями.

Динамика изменения масштаба приведена ниже на рис.3 только для западной половины шестиградусной. Точно такая же картина для восточной ее половины.

Как видно из рис. 14 масштаб в каждом 30-километровом секторе зоны изменяется неравномерно – от одной единицы в пятом знаке (сектор 0-30 км) почти до двух единиц в четвертом знаке (сектор 240-270 км)

Уравнивание сети преобразованной триангуляции может быть осуществлено только одним путем: при вычислении координат пунктов применять только средний масштаб Ms, полученный из значений масштабов всех редуцируемых сторон. Это в свою очередь ставит вопрос выбора размера сектора, чтобы из-за разброса (Δm) масштаба в секторе искажения и трансформация преобразованной сети триангуляции в местной системе были минимальными.

Для этой цели разобьем одну из половин зоны на сектора:

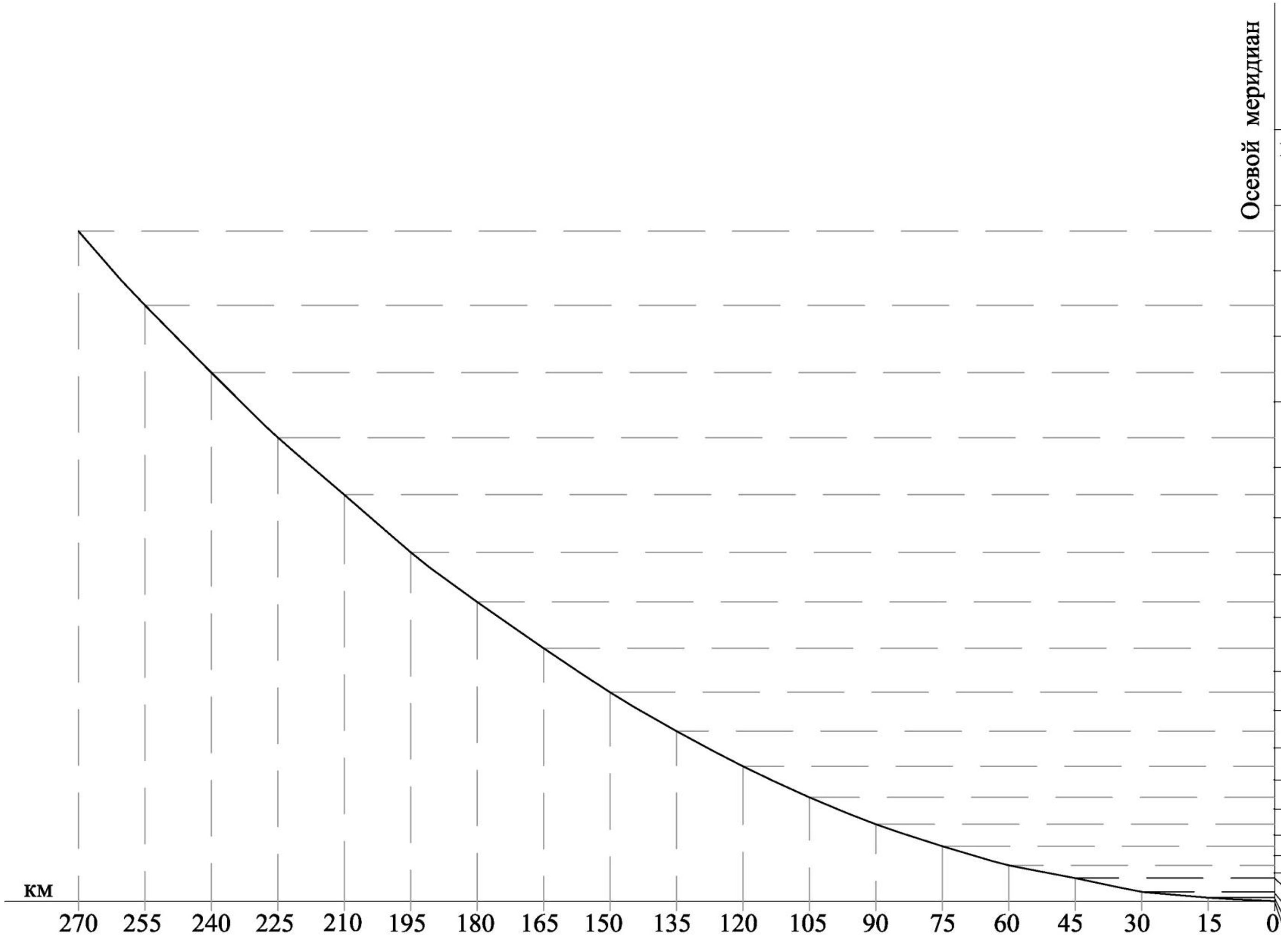
- через 30 км (сектора 1-9)
- через 60 км (сектора I-V)
-через 120 км (сектора А и В)
- через 300 км (сектор 0-300)

В каждом из секторов выберем по четыре пункта триангуляции А, В, С и D. Схема разбивки приведена на рисунке 15. Пункт А является начальным (началом координат). Он и пункт С расположены примерно в центре сектора, пункт В – у западной и пункт Д у восточной грани сектора. По формулам (151) вычислены масштабные коэффициенты всех пяти сторон триангуляции, из которых получены три средних масштабных коэффициента:

m_1 - средний масштабный коэффициент из коэффициентов всех сторон (AB, AC, AD, BC и CD);

m_2 – средний масштабный коэффициент для сторон без направлений на начальный пункт (стороны BC и CD);

m_3 - средний масштабный коэффициент только с направлениями на начальный пункт (стороныAB, AC и AD).



Поправки на 1 км, м	Масштаб Ms
0.896	0.999104
0.799	0.999201
0.708	0.999292
0.622	0.999378
0.542	0.999458
0.467	0.999533
0.398	0.999602
0.335	0.999665
0.277	0.999723
0.224	0.999776
0.177	0.999823
0.136	0.999864
0.100	0.999900
0.069	0.999931
0.045	0.999955
0.025	0.999975
0.011	0.999989
0.003	0.999989
0.000	1.000000

Рис.14. График изменения масштаба и поправок в длины линий в метрах на 1 км, в зависимости от удаления от осевого меридиана

По средним масштабным коэффициентам вычислены длины сторон S_1, S_2 и S_3 в местной системе по формулам:

$$S_i^m = S_i^{42} * m_i \qquad (153)$$

S_i^m – длина сторон в местной системе ;

S_i^{42} - длина сторон в СК42;

m_i – один из масштабов m_1, m_2, m_3

Из сравнения полученных расстояний S_1, S_2, S_3 найдены максимальные разности их (ΔSmax), а также величины

$$S_1 - \frac{S_2 + S_3}{2} \quad \text{и } S_3 - S_1$$

Все эти данные сведены в таблицах 4 (секторы 1-9), 5 (секторы I-V), 6 (секторы 0-120 и 180 -300) , 7 (секторы А и В) и 8(сектор 0-300).

Рассматривая, полученные значения ΔSmax, $S_1 - \frac{S_2+S_3}{2}$ и $S_3 - S_1$ (таблицы 4-8) можно сделать следующие выводы:

1. Координаты пунктов, расположенные в 30 км к западу и (или) к востоку не редуцируются. Топографические съемки выполняются в системе СК42, так как поправка за кривизну изображения и за среднюю высоту района работ свыше 75м над уровнем моря равны, противоположны по знаку и компенсируются (М=1).
2. Для объектов, ширина которых по оси ординат не превышает 30 км. (сектора 2-9) при образовании координат в местную систему ,средний масштабный коэффициент достаточно определять только по сторонам от начального пункта ,в какой бы части шестиградусной зоны объект не находился. В этом случае начальный пункт, по возможности, должен находиться вблизи симметрии (по ординатам) объекта, т.е. примерно на одинаковом расстоянии от западной и восточной его границ.
3. Для объектов протяженностью от 30 до 60 км (сектора I-V) по оси ординат средний масштабный коэффициент следует определять по всем сторонам преобразуемой сети. Если перевычисляемые пункты расположены симметрично относительно начального пункта разрешается средний масштабный коэффициент определять только по направлениям с исходного пункта, но сам исходный пункт должен располагаться посередине объекта.
4. Для объектов, протяженность которых лежит в пределах 60-120 км (сектора 0-120, 180-300) желательно устанавливать две местные системы. При необходимости установления единой местной системы координат для таких объектов обязательно выполнять вторичное редуцирование введением поправки за искажения координат пунктов по удалению их от выбранного частного осевого меридиана. В этом случае в формулах (151) для вторичного редуцирования берется $Y'm$ равное разности ординат редуцируемого и начального пункта, т.е. $Y'm = Y_i - Y_{част.}$ Вторичная поправка за средний уровень объекта не вводится.

5. Вторичное редуцирование необходимо выполнять во всех случаях, если хоть один из редуцируемых пунктов удален от частного осевого меридиана (начального пункта) по оси ординат на величину более 60 км.

6. Не рекомендуется устанавливать единую местную систему для объектов протяженностью свыше 120 км (секторы А, В, сектор 0-300) по оси ординат по формулам (151).

7. Для объектов, удаленных от осевого меридиана на величину свыше 120км редуцирование сторон выполняется по формуле (155).

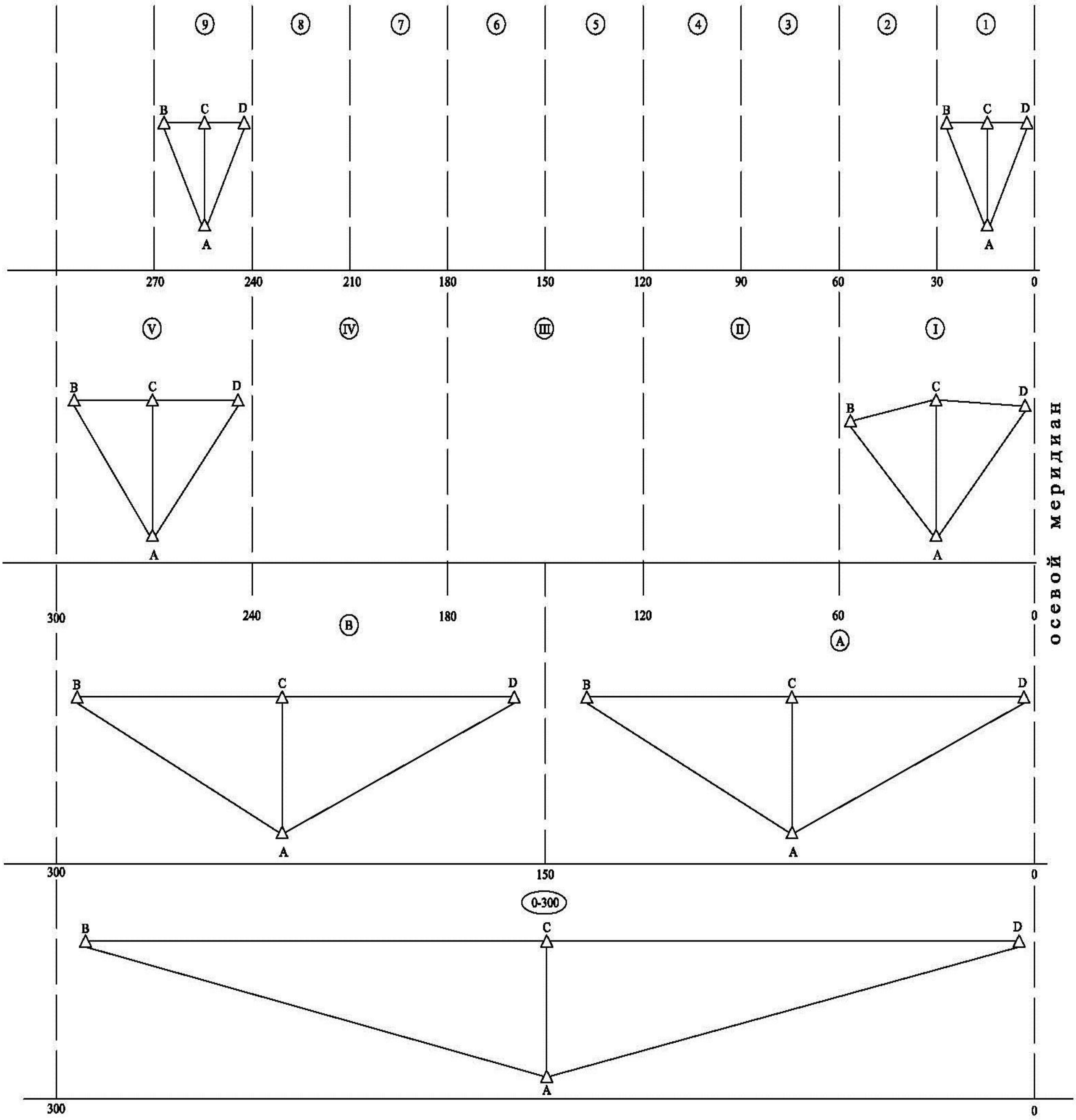


Рис. 15

Таблица 4

Стороны	S_1 m_1= средний на каждый сектор	S_2 m_2= средний для сектора без направлений на начальный	S_3 m_3= средний для сектора с направлениями на начальный	ΔS_{max} мм	$S_1 - \frac{S_2+S_3}{2}$ мм	$S_3 - S_1$ мм
1	2	3	4	5	6	7
Сектор 1 (0-30км)						
A -B	28141.431	28141.415	28141.441	26	3	10
A -C	19959.591	19959.579	19959.598	19	3	7
A -D	14822.710	14822.702	14822.716	14	4	6
B - D	10394.128	10394.122	10394.132	10	1	4
C - D	21380.402	21380.390	21380.410	20	2	8
Сектор 2 (30-60)						
A -B	29288.692	29288.644	29288.724	80	8	32
A -C	19955.29	19955..196	19955..250	54	6	21
A -D	12362.998	12362.978	12363.012	34	3	14
B - D	12370.740	12370.720	12370.753	33	4	13
C - D	19009.705	19009.674	19009..725	51	5	20
Сектор 3 (60-90 км)						
A -B	27292.901	27292.856	27292.931	75	7	30
A -C	19834.045	19834.012	19834.067	55	5	22
A -D	14935.560	14935.535	14935.576	41	4	16
B - D	9323.106	9323.091	9323.117	26	2	11
C - D	21040.924	21040.889	21040.947	58	6	23
Сектор 4 (90-120 км)						
A -B	27673.362	27673.330	27673.383	53	6	21
A -C	19467.287	19467.265	19467.302	37	3	15
A -D	15173.693	15173.676	15173.705	29	3	12
B - D	12033.455	12033.441	12033.464	23	3	9
C - D	19432.574	19432.552	19432.589	37	4	15
Сектор 5 (120-150 км)						
A -B	28018.950	28018.965	28018.940	25	2	10
A -C	19379.917	19379.927	19379.910	17	1	7
A -D	15980.452	15980.460	15980.447	13	2	5
B - D	15406.751	15406.759	15406.746	13	2	5
C - D	17903.854	17903.863	17903.848	15	2	6
Сектор 6 (150-180 км)						
A -B	28755.973	28756.017	28755.943	74	7	30
A -C	19469.066	19469.096	19469.046	50	5	20

Стороны	S_1 m_1= средний на каждый сектор	S_2 m_2= средний для сектора без направлений на начальный	S_3 m_3= средний для сектора с направлениями на начальный	ΔS_{max} мм	$S_1 - \frac{S_2 + S_3}{2}$ мм	S_3- S_1 мм
A -D	16967.023	16967.049	16967.006	43	5	17
B - D	17932.829	17932.857	17932.811	46	5	18
C - D	17834.912	17834.939	17834.894	45	4	18
Сектор 7 (180-210 км)						
A -B	28578.025	28577.918	28578.096	178	18	71
A -C	19654.856	19654.782	19654.905	123	12	49
A -D	15449.452	15449.394	15449.491	97	10	39
B - D	12449.772	12449.725	12449.803	78	8	31
C - D	20801.663	20801.585	20801.715	130	13	52
Сектор 8 (210-240 км)						
A -B	28634.538	28634.587	28634.505	82	8	33
A -C	19437.314	19437.347	19437.291	56	5	23
A -D	15989.197	15989.225	15989.179	46	5	18
B - D	17470.078	17470.705	17470.658	50	5	20
C - D	17226.487	17226.513	17226.464	49	4	20
Сектор 9 (240-270 км)						
A -B	27758.117	27758.096	27758.130	34	4	13
A -C	19375.588	19375.574	19375.598	24	2	10
A -D	17073.866	17073.853	17073.874	21	2	8
B - D	13141.483	13141.474	13141.490	16	1	7
C - D	20334.539	20334.524	20334.549	25	3	10

Таблица 5

Стороны	S_1 m_1= средний на каждый сектор	S_2 m_2= средний для сектора без направлений на начальный	S_3 m_3= средний для сектора с направлениями на начальный	ΔS_{max} мм	$S_1 - \frac{S_2 + S_3}{2}$ мм	S_3- S_1 мм
1	2	3	4	5	6	7
Сектор I (0 -60 км)						
A - B	37960.246	37960.222	37960.262	40	4	16
A - C	19369.943	19369.931	19369.951	20	2	8
A - D	29977.664	29977.646	29977.677	31	2	13
B - C	29943.739	29943.720	29943.751	31	3	18
C - D	30985.419	30985.400	30985.432	32	3	13

Сектор II (60-120 км)						
A - B	37807.611	37807.567	37807.640	27	7	29
A - C	19395.539	19395.517	19395.554	37	3	15
A - D	29916.763	29916.728	29916.787	59	5	24
B - C	28148.159	28148.126	28148.181	55	5	22
C - D	32432.023	32431.985	32432.049	64	6	26
Сектор III (120-180 км)						
A - B	36910.672	36910.727	36910.635	92	9	37
A - C	19506.858	19506.888	19506.839	49	6	21
A - D	30777.670	30777.116	30777.039	77	8	31
B - C	30466.784	30466.829	30466.753	76	7	31
C - D	29983.993	29984.038	29983.963	75	7	30
Сектор IV (180-240)						
A - B	37562.835	37562.759	37562.886	127	12	51
A - C	19441.232	19441.192	19441.258	66	7	26
A - D	31727.560	31727.496	31727.603	107	10	43
B - C	27145.714	27145.659	27145.751	92	9	37
C - D	34833.672	34833.602	34833.719	117	12	47
Сектор V (240-300 км)						
A - B	36973.503	36973.454	36973.536	82	8	33
A - C	19373.377	19373.351	19373.394	43	5	17
A - D	30727.745	30727.704	30727.772	68	7	27
B - C	27198.201	27198.164	27198.225	61	7	24
C - D	33096.063	33096.018	33096.092	74	8	29

Таблица 6

Стороны	S_1 m_1= средний на каждый сектор	S_2 m_2= средний для сектора без направлений на начальный	S_3 m_3= средний для сектора с направлениями на начальный	ΔS_{max} мм	$S_1 - \frac{S_2+S_3}{2}$ мм	$S_3 - S_1$ мм
1	2	3	4	5	6	7
Сектор 0 -120 км						
A - B	64291.543	64291.365	64291.612	247	54	69
A - C	19367.617	19367.564	19367.6653	89	9	36
A - D	60145.656	60145.490	60145.767	277	28	111
B - C	60086.872	60086.701	60086.983	282	30	111
C - D	60469.914	60469.747	69470.026	279	28	112
Сектор 180 -300 км						
A - B	64915.260	64915.141	64915.339	198	20	79
A - C	19357.175	19357.139	19357.198	59	7	23
A - D	62663.174	62663.059	62663.251	192	19	77
B - C	60851.765	60851.653	60851.839	186	19	74
C - D	62860.164	62860.049	62860.241	192	19	77

Таблица 7

Стороны	S_1 m_1= средний на каждый сектор	S_2 m_2= средний для сектора без направ-лений на начальный	S_3 m_3= средний для сектора с направлениями на начальный	ΔS_{max} мм	$S_1 - \frac{S_2 + S_3}{2}$ мм	S_3- S_1 мм
1	2	3	4	5	6	7
Сектор А (0-150км)						
A - B	78963.543	78963.190	78963.779	589	59	236
A - C	19366.672	19366.586	19366.730	144	14	58
A - D	75227.711	75227.374	75227.935	561	57	224
B - C	75657.252	75656.913	75657.477	564	57	312
C - D	75416.550	75416.213	75416.775	562	56	223
Сектор В (150-300 км)						
A - B	77871.660	77871.467	77871.789	322	32	129
A - C	19383.601	19383.553	19383.633	80	8	32
A - D	77884.264	77884.071	77884.393	129	32	129
B - C	77215.126	77215.939	77216.250	311	32	124
C - D	77357.602	77357.410	77357.730	310	32	128

Таблица 8

Стороны	S_1 m_1= средний на каждый сектор	S_2 m_2= средний для сектора без направ-лений на начальный	S_3 m_3= средний для сектора с направлениями на начальный	ΔS_{max} мм	$S_1 - \frac{S_2 + S_3}{2}$ мм	S_3- S_1 мм
1	2	3	4	5	6	7
Сектор (0-300 км)						
A - B	150730.252	150727.614	150732.614	4397	440	1759
A - C	19372.865.	19372.526	19373.019	483	92	154
A - D	149978.747	149976.122	149980.497	4375	438	1750
B - C	149595.422	149592.803	149597.167	4364	437	1745
C - D	149502.398	149499.781	149504.143	4362	436	

4 Особый случай вычисления координат пунктов в местной системе при значительном удалении (свыше 120 км) от осевого меридиана

При удалении исходных пунктов триангуляции от осевого меридиана и протяженности по оси ординат объекта свыше 120км «разброс» масштабных коэффициентов (особенно при небольшом количестве сторон) достигает значительной величины (таблицы 6-8). В практике геодезических работ встречаются объекты протяженностью по оси ординат свыше 120км от осевого меридиана.

В этом случае редуцирование сторон триангуляции следует выполнять по формуле, приведенной в учебнике «Курс сфероидической геодезии» В.П. Морозова с добавлением еще одного члена к формуле (151), содержащего значение ординаты шестой степени $Y^6{}_m$.Это следующая формула:

$$M_S = 1 - \frac{Y^2m}{2R^2m} - \frac{\Delta Y^2}{24R^2m} - \frac{5Y^4m}{24R^4m} - \frac{61Y^6m}{720R^6m} \qquad (154),$$

Для удобства введем обозначения,

$$K_1 = -\frac{1}{2R^2m}; K_2 = -\frac{1}{24R^2m}; K_4 = \frac{5}{24R^4m}; K_5 = -\frac{61}{720R^6m}$$

Тогда формула (154) имеет вид:

$$M_S = 1 + K_1Y^2{}_m + K_2\Delta Y^2 + K_4Y^4{}_m + K_5Y^6{}_m \qquad (155)$$

K_1=-1.22904451^{-08} , K_2=-1.02420376^{-09}, K_4=+1.25879200^{-16}; K_5=-1.25831726^{-24}

Дальнейшие вычисления выполняются аналогично вычислениям, приведенным в главе 3.6.

Контрольный пример вычисления координат пунктов в местной системе при значительном удалении (свыше 120 км) от осевого меридиана приведен в приложении 6.

Поправки в длину стороны триангуляции, вычисленные по формулам (151) и (155) при удалении от осевого меридиана до 120 км практически равны. Разность поправок значительно возрастает при удалении свыше 120 км.

5 Литература

1. Багратуни Г.В. «Курс сфероидической геодезии», Геодезиздат, М. 1962г. 252стр. Глава VIII. Геодезические проекции стр. 173-214;
2. Закатов П.С. «Курс высшей геодезии» Издание четвертое, переработанное и дополненное. М. Недра 1976г. 512стр. Глава VI. Плоские прямоугольные координаты Гаусса – Крюгера. стр. 162-207;
3. ГОСТ 22268-76. Геодезия. Термины и определения.
4. ArcGis 9. Картографические проекции. Copyright © 1994–2000 Environmental Systems Research Institute, Inc.
5. Морозов В.П. Курс сфероидической геодезии: учебник для вузов. – М., Недра, 1969. – 304 с.
6. Морозов В.П. Курс сфероидической геодезии. Издание второе, переработанное и дополненное: учебник для вузов. – М.: Недра, 1979. – 296 с.
7. Телеганов Н.А., Елагин А.В. Высшая геодезия и основы координатно-временных систем: учеб. пособие. – Новосибирск: СГГА, 2004. – 238 с.
8. Телеганов Н.А., Тетерин Г.Н. Метод и системы координат в геодезии: учеб. пособие.– Новосибирск: СГГА, 2008. – 143 с.
9. Глушков В.В., Насретдинов К.К., Шаравин А.А. Космическая геодезия: Методы и перспективы развития. – М.: Институт политического и военного анализа, 2002. – 448 с.
10. ГОСТ Р 51794–2008. Системы координат. Методы преобразований координат определяемых точек. Национальный стандарт Российской Федерации. – М.: Стандартинформ, 2009. – 16 с.
11. Яковлев Н.В. Практикум по высшей геодезии (вычислительные работы). Издание второе: учеб. пособие для вузов / Н.В. Яковлев, Н.А. Беспалов, В.П. Глумов, Ю.Г. Карпушин, А.В. Мерзенин, Л.В. Огородова, Л.П. Пеллинен. – М.: Альянс, 2007. – 368 с.
12. Карпик А.П. Система региональных плоских прямоугольных координат Новосибирской области / А.П. Карпик, К.Ф. Афонин, Н.А. Телеганов, П.К. Шитиков')Tj/R, Д.Н. Ветошкин, С.В. Кужелев, В.А. Тимонов // Сб. материалов IV Международного научного конгресса «ГЕО-Сибирь-2008», т. 1, ч. 1. – Новосибирск: СГГА. – С. 20–31.
13. Лапинг К.А. Вычисление координат и высот точек по измеренным азимутам нормальных сечений и углам наклона хорд на двух исходных пунктах // Известия вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 1962. – № 1. – С. 3–8.
14. Афонин К.Ф. «Высшая геодезия. Системы координат и преобразования между ними». Новосибирск. СГГА 2011г.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1
Контрольный пример перевычисления координат из СК-42 в местную систему координат

Пункты	*Начальный пункт: $X_н$=321 308,00; $Y_н$=337 296,12 H_0=1000м; R_m=6 378 245 м.*			
Обозначения (формулы)	1		2	
	X	Y	X	Y
координаты	322 901,76	334 499,39	323 616,04	347 629,66
$\Delta x_i = x_i - x_н$; $\Delta y_i = y_i - y_н$	+1 593.76	-2 796.73	+2 308.04	+10 333.54
$Y_m = \frac{Y_i + Y_H}{2} - 500\,000$	-164 102.245		-157 537.11	
(1)	3.309761156^{-04}		3.050235407^{-04}	
(2)	8.011013172^{-09}		1.093665755^{-07}	
(3)	1.567829395^{-04}		1.567829395^{-04}	
$S_i = \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2}$	3218.970		10588.158	
$D_i = S_i[1 - (1) - (2) + (3)]$	3218.40935		10586.58748	
$X_i^m = X_H + \frac{X_i - X_H}{S_i} * D_i$ $Y_i^m = Y_H + \frac{Y_i - Y_H}{S_i} * D_i$	322 901.482	334 499.877	323 615.698	347 628.127

Приложение 2

Пример вычисления поправок за редуцирование (переход) с поверхности эллипсоида на земную плоскость

Пример: x_1=518 349.675 x_2=521 215.051

y_1=744 695.655 y_2=743 282.761

$$S_{1-2} = \sqrt{\Delta x_{1-2}^2 + \Delta y_{1-2}^2} = 3248{,}707 \text{ м}$$

$$Y_m = \frac{Y_1 + Y_2}{2} - 500\,000$$ =243989,208 м для таблицы Y_m=*243.989*

По таблице К=731.9 мм

ΔS=731.9х3.249=2377.9мм=2.378м

S=3248.707-2.378=3246.329

Вычисленная длина линии S без поправки за среднюю отметки района работ.

Таблица 2.1

$У_m$, в км	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
10	1	1	2	2	2	3	3	4	4	4
20	5	5	6	7	7	8	8	9	10	10
30	11	12	13	13	14	15	16	17	18	19
40	20	21	22	23	24	25	26	27	28	30
50	31	32	33	35	36	37	39	40	41	43
60	44	46	47	49	50	52	54	55	57	59
70	60	62	64	65	67	69	71	73	75	77
80	79	81	83	85	87	89	91	93	95	97
90	100	102	104	106	109	111	113	116	118	120
100	123	125	128	130	133	136	138	141	143	146
110	149	151	154	157	160	163	165	168	171	174
120	177	180	183	186	189	192	195	198	201	205
130	208	211	214	217	221	224	227	231	234	237
140	241	244	248	251	255	258	262	266	269	273
150	277	280	284	288	291	295	299	303	307	311
160	315	319	323	327	331	335	339	343	347	351
170	355	359	364	368	372	376	381	385	389	394
180	398	403	407	412	416	421	425	430	434	439
190	444	448	453	458	463	467	472	477	482	487
200	492	497	502	506	511	517	522	527	532	537
210	542	547	552	558	563	568	573	579	584	589
220	595	600	606	611	617	622	628	633	639	645
230	650	656	662	667	673	679	685	690	696	702
240	708	714	720	726	732	738	744	750	756	762
250	768	774	781	787	793	799	805	812	818	824

$У_m$, в км	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
260	831	837	844	850	857	863	870	876	883	889
270	896	903	909	916	923	929	936	943	950	957
280	964	970	977	984	991	998	1005	1012	1019	1027
290	1034	1041	1048	1055	1062	1070	1077	1084	1091	1099
300	1106	1114	1121	1128	1136	1143	1151	1158	1166	1174
310	1181	1189	1196	1204	1212	1220	1227	1235	1243	1251
320	1259	1266	1274	1282	1290	1298	1306	1314	1322	1330
330	1338	1347	1355	1363	1371	1379	1388	1396	1404	1412
340	1421	1429	1438	1446	1454	1463	1471	1480	1488	1497
350	1506	1514	1523	1532	1540	1549	1558	1566	1575	1584
360	1593	1602	1611	1620	1628	1637	1646	1655	1664	1674
370	1683	1692	1701	1710	1719	1728	1738	1747	1756	1765
380	1775	1784	1793	1803	1812	1822	1831	1841	1850	1860
390	1869	1879	1889	1898	1908	1918	1927	1937	1947	1957
400	1966	1976	1986	1996	2006	2016	2026	2036	2046	2056

Приложение 3

Пример вычисления редукционных поправок за приведение длин линий на среднюю отметку района работ

Пример: x_1=518 349.675 x_2=521 275.051
y_1=744 695.655 y_2=743 282.761

$S_{1-2} = \sqrt{\Delta x_{1-2}^2 + \Delta y_{1-2}^2}$=3 248.761м=3

H=420

Из таблицы К=66 мм $\Delta S_н$=66*3.249=214мм=0.214м

Окончательная длина линии, исправленная за кривизну и высоту над уровнем моря S=3248.761-2.378+0.214=3246.543

Таблица 3.1

Н, в м	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0	0	2	3	5	6	8	9	11	13	14
100	16	17	19	20	22	24	25	27	28	30
200	31	33	34	36	38	39	41	42	44	45
300	47	49	50	52	53	55	56	58	60	61
400	63	64	66	67	69	71	72	74	75	77
500	78	80	82	83	85	86	88	89	91	93
600	94	96	97	99	100	102	103	105	107	108
700	110	111	113	114	116	118	119	121	122	124
800	125	127	129	130	132	133	135	136	138	140
900	141	143	144	146	147	149	151	152	154	155
1000	157	158	160	161	163	165	166	168	169	171
1100	172	174	176	177	179	180	182	183	185	187
1200	188	190	191	193	194	196	198	199	201	202
1300	204	205	207	209	210	212	213	215	216	218
1400	219	221	223	224	226	227	229	230	232	234
1500	235	237	238	240	241	243	245	246	248	249
1600	251	252	254	256	257	259	260	262	263	265
1700	267	268	270	271	273	274	276	278	279	281
1800	282	284	285	287	288	290	292	293	295	296
1900	298	299	301	303	304	306	307	309	310	312
2000	314	315	317	318	320	321	323	325	326	328
2100	329	331	332	334	336	337	339	340	342	343
2200	345	346	348	350	351	353	354	356	357	359
2300	361	362	364	365	367	368	370	372	373	375
2400	376	378	379	381	383	384	386	387	389	390
2500	392	394	395	397	398	400	401	403	405	406

Н, в м	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
2600	408	409	411	412	414	415	417	419	420	422
2700	423	425	426	428	430	431	433	434	436	437
2800	439	441	442	444	445	447	448	450	452	453
2900	455	456	458	459	461	463	464	466	467	469
3000	470	472	473	475	477	478	480	481	483	484
3100	486	488	489	491	492	494	495	497	499	500
3200	502	503	505	506	508	510	511	513	514	516
3300	517	519	521	522	524	525	527	528	530	531
3400	533	535	536	538	539	541	542	544	546	547
3500	549	550	552	553	555	557	558	560	561	563
3600	564	566	568	569	571	572	574	575	577	579
3700	580	582	583	585	586	588	590	591	593	594
3800	596	597	599	600	602	604	605	607	608	610
3900	611	613	615	616	618	619	621	622	624	626
4000	627	629	630	632	633	635	637	638	640	641

Приложение 4

Пример вычисления координат пунктов в местной системе по масштабному коэффициенту с применением специальных таблиц

Пусть Y_m – удаление середины линии от осевого меридиана составляет 112715м, а разность ординат Δу концов линии – 14712 м.

Сначала по строкам 110 и 120 и столбцам 10 и 20 выполняем интерполирование по аргументу Δу и получаем два значения масштабного коэффициента для Δу=14712. Затем производим интерполирование между полученными значениями M_s строк 110 и 120 уже по аргументу Y_m =112715.

Интерполирование показано на рис. 4.1.

Столбец / Строка	10	14,712	20
110	0,999 851 179	M_{s1}=0.999 851 034	0.999 850 872
112.715			
120	0.999 822 910	0.999 843 359	0.999 822 602

M_{s2}=0.999 822 765

Рис.4.1

Строка 110 ΔM_{s1}=0.999 850 872- 0.999 851 179 = -3.07^{-07} на 10 км.
M_{s1} =0.999 851 179 + (-3.07^{-07}) : 10*4.712= 0.999 851 034

Строка 120 ΔM_{s2}=0.999 822 602 -0.999 822 910= -3.08^{-07} на 10 км.
M_{s2} =0.999 822 910 + (-3.08^{-07}) : 10*4.712= 0.999 822 765

Столбец 14.712 ΔM_s=0.999 822 765 – 0.999 851 034 = -2.8269^{-05} на 10 км
M_s= 0.999 851 034 + (-2.8269^{-05}) : 10*2.715=0.999 843 359

Окончательное значение M_s=0.999 843 359

Для контроля определим значение M_s по формуле (148)

$$M_s=0.999\ 843\ 628$$

Разность составляет 2,7 единицы в седьмом знаке. Это объясняется тем, что изменения масштабного коэффициента не является линейной функцией аргументов Y_m и Δу (см. формулу 148). Однако, эта разность при интервале 10 км в таблице даст разность в длине линии 20 000 м не более 6 мм.

20 000 *0.999 843 359=19 996.867
20 000 *0.999 843 628=19 996.873

Масштабный коэффициент M_s

Таблица 4.1

Δy, км / Y_m, км	0	10	20	30	40	50
0	1.000 000 000	0.999 999 897	0.999 999 590	0.999 999 078	0.999 998 361	0.999 997 439
10	0.999 998 771	0.999 998 668	0.999 998 361	0.999 997 849	0.999 997 132	0.999 996 210
20	0.999 995 083	0.999 994 981	0.999 994 674	0.999 994 162	0.999 993 445	0.999 992 523
30	0.999 988 938	0.999 988 836	0.999 988 528	0.999 988 016	0.999 987 299	0.999 986 378
40	0.999 980 335	0.999 980 232	0.999 979 925	0.999 979 413	0.999 978 696	0.999 977 774
50	0.999 969 273	0.999 969 171	0.999 968 864	0.999 968 351	0.999 967 635	0.999 966 713
60	0.999 955 754	0.999 955 651	0.999 955 344	0.999 954 832	0.999 954 115	0.999 953 193
70	0.999 939 776	0.999 939 673	0.999 939 367	0.999 938 854	0.999 938 137	0.999 937 215
80	0.999 921 340	0.999 921 237	0.999 920 930	0.999 920 418	0.999 919 701	0.999 918 779
90	0.999 900 445	0.999 900 343	0.999 900 036	0.999 899 524	0.999 898 807	0.999 897 885
100	0.999 877 091	0.999 876 991	0.999 876 684	0.999 876 172	0.999 875 455	0.999 874 533
110	0.999 851 281	0.999 851 179	0.999 850 872	0.999 850 360	0.999 849 643	0.999 848 721
120	0.999 823 012	0.999 822 910	0.999 822 602	0.999 822 090	0.999 821 373	0.999 820 451
130	0.999 792 284	0.999 792 181	0.999 791 874	0.999 791 362	0.999 790 645	0.999 789 723
140	0.999 759 097	0.999 758 995	0.999 758 687	0.999 758 175	0.999 757 458	0.999 756 537
150	0.999 723 452	0.999 723 349	0.999 723 042	0.999 722 530	0.999 721 813	0.999 720 891
160	0.999 685 348	0.999 685 245	0.999 684 938	0.999 684 426	0.999 683 709	0.999 682 787
170	0.999 644 785	0.999 644 682	0.999 644 375	0.999 643 863	0.999 643 146	0.999 642 224
180	0.999 601 763	0.999 601 660	0.999 601 353	0.999 600 841	0.999 600 124	0.999 599 202
190	0.999 556 282	0.999 556 179	0.999 555 872	0.999 555 360	0.999 554 643	0.999 553 721
200	0.999 508 341	0.999 508 239	0.999 507 932	0.999 507 420	0.999 506 703	0.999 505 781
210	0.999 457 942	0.999 457 840	0.999 457 532	0.999 457 020	0.999 456 303	0.999 455 381
220	0.999 405 083	0.999 404 981	0.999 464 673	0.999 404 161	0.999 403 444	0.999 402 523
230	0.999 349 765	0.999 349 662	0.999 349 355	0.999 348 843	0.999 348 126	0.999 347 204
240	0.999 291 986	0.999 291 884	0.999 291 577	0.999 291 065	0.999 290 348	0.999 289 426
250	0.999 231 748	0.999 231 646	0.999 231 339	0.999 230 827	0.999 230 110	0.999 229 188
260	0.999 169 050	0.999 168 948	0.999 168 641	0.999 168 129	0.999 167 412	0.999 166 490
270	0.999 103 892	0.999 103 379	0.999 103 483	0.999 102 971	0.999 102 254	0.999 101 332
280	0.999 036 274	0.999 036 171	0.999 035 864	0.999 035 352	0.999 034 635	0.999 033 713
290	0.998 966 195	0.999 966 093	0.998 965 785	0.998 965 273	0.998 964 556	0.998 963 635
300	0.998 893 656	0.999 893 553	0.998 893 246	0.998 892 734	0.998 892 017	0.998 891 095
310	0.998 818 655	0.999 818 553	0.998 818 246	0.998 817 733	0.998 817 017	0.998 816 095
320	0.998 741 194	0.999 741 092	0.998 740 784	0.998 740 272	0.998 739 555	0.998 738 633
330	0.998 661 272	0.999 661 163	0.998 660 862	0.998 660 035	0.998 659 633	0.998 658 711
340	0.998 578 888	0.999 578 785	0.998 578 478	0.998 577 966	0.998 577 249	0.998 576 327
350	0.998 494 042	0.999 493 940	0.998 493 633	0.998 493 120	0.998 492 404	0.998 491 482

Масштабный коэффициент M_h

Таблица 4.2

H, м	**0**	**10**	**20**	**30**	**40**	**50**	**60**	**70**	**80**	**90**
0	0	0.000 001 568	0.000 003 136	0.000 004 703	0.000 006 271	0.000 007 839	0.000 009 407	0.000 010 974	0.000 012 543	0.000 014 110
100	0.000 015 678	0.000 017 246	0.000 018 814	0.000 020 382	0.000 021 950	0.000 023 517	0.000 025 085	0.000 026 653	0.000 028 221	0.000 029 789
200	0.000 031 357	0.000 032 924	0.000 034 492	0.000 036 060	0.000 037 628	0.000 039 196	0.000 040 764	0.000 042 331	0.000 043 899	0.000 045 467
300	0.000 047 035	0.000 048 603	0.000 050 171	0.000 051 738	0.000 053 306	0.000 054 874	0.000 056 442	0.000 058 010	0.000 059 578	0.000 061 145
400	0.000 062 713	0.000 064 281	0.000 065 849	0.000 067 417	0.000 068 984	0.000 070 552	0.000 072 120	0.000 073 688	0.000 075 256	0.000 076 829
500	0.000 078 391	0.000 079 959	0.000 081 527	0.000 083 095	0.000 084 663	0.000 086 231	0.000 087 780	0.000 089 366	0.000 090 934	0.000 092 502
600	0.000 094 070	0.000 095 638	0.000 097 205	0.000 098 773	0.000 100 341	0.000 101 909	0.000 103 477	0.000 105 045	0.000 106 124	0.000 108 180
700	0.000 109 748	0.000 111 316	0.000 112 884	0.000 114 452	0.000 116 019	0.000 117 587	0.000 119 155	0.000 120 723	0.000 122 291	0.000 123 859
800	0.000 125 426	0.000 126 994	0.000 128 562	0.000 130 130	0.000 131 698	0.000 133 265	0.000 134 833	0.000 136 401	0.000 137 969	0.000 139 537
900	0.000 141 105	0.000 142 672	0.000 144 240	0.000 145 808	0.000 147 376	0.000 148 944	0.000 150 512	0.000 152 079	0.000 153 647	0.000 155 215
1000	0.000 156 783	0.000 158 351	0.000 159 919	0.000 161 486	0.000 163 054	0.000 164 622	0.000 166 190	0.000 167 758	0.000 169 326	0.000 170 893
1100	0.000 172 461	0.000 174 029	0.000 175 597	0.000 177 165	0.000 178 733	0.000 180 300	0.000 181 868	0.000 183 436	0.000 185 004	0.000 186 572
1200	0.000 188 140	0.000 189 707	0.000 191 275	0.000 192 843	0.000 194 411	0.000 195 979	0.000 197 547	0.000 199 114	0.000 200 682	0.000 202 250
1300	0.000 203 818	0.000 205 386	0.000 206 953	0.000 208 521	0.000 210 089	0.000 211 657	0.000 213 225	0.000 214 793	0.000 216 360	0.000 217 928
1400	0.000 219 496	0.000 221 064	0.000 222 632	0.000 224 200	0.000 225 767	0.000 227 335	0.000 228 903	0.000 230 471	0.000 232 039	0.000 233 607
1500	0.000 235 174	0.000 236 742	0.000 238 310	0.000 239 878	0.000 241 441	0.000 243 014	0.000 244 581	0.000 246 149	0.000 247 717	0.000 249 285
1600	0.000 250 853	0.000 252 421	0.000 253 988	0.000 255 556	0.000 257 124	0.000 258 692	0.000 260 260	0.000 261 828	0.000 263 395	0.000 264 963
1700	0.000 266 531	0.000 268 099	0.000 269 667	0.000 271 345	0.000 272 802	0.000 274 370	0.000 275 938	0.000 277 506	0.000 279 074	0.000 280 641
1800	0.000 282 209	0.000 283 777	0.000 285 345	0.000 286 913	0.000 288 481	0.000 290 048	0.000 291 616	0.000 293 184	0.000 294 752	0.000 296 320
1900	0.000 297 888	0.000 299 554	0.000 301 023	0.000 302 591	0.000 304 159	0.000 305 727	0.000 307 295	0.000 308 862	0.000 310 430	0.000 311 998
2000	0.000 313 566	0.000 315 134	0.000 316 702	0.000 318 269	0.000 319 837	0.000 321 405	0.000 322 973	0.000 324 541	0.000 326 109	0.000 327 676

Приложение 5

Контрольный пример вычисления координат пунктов в местной системе по специальным формулам

Вычисление масштабных коэффициентов

Таблица 5.1

Начальный пункт А H=890 м

Пункты	Y_m	ΔY	M_s	M_h	M
1	-217 945.545	+7 472.97	0.999 416 143	0.000 139 537	0.999 555 680
2	-224 512.845	-5 661.63	0.999 380 454	0.000 139 537	0.999 519 991
3	-230 433.845	-17 503.63	0.999 347 066	0.000 139 537	0.999 486 603
4	-213 588.150	+16 187.76	0.999 439 042	0.000 139 537	0.999 578 579

Вычисление координат пунктов

Таблица5.2

Начальный пункт А X= 249 988.33, Y=278 317.97

Пункты	Приращения		M	Координаты в местной системе	
	ΔX	ΔY		X	Y
1	-3 649.04	+7 472.97	0.999 555 660	246 340.911	285 787.620
2	-11 767.63	-5 661.63	0.999 519 662	238 226.352	272 659.060
3	+2 200.96	-17 503.63	0.999 486 532	252 188.160	260 823.328
4	+16 197.85	+16 187.76	0.999 578 272	266 179.349	294 498.903

Приложение 6

Контрольный пример вычисления координат пунктов в местной системе при значительном удалении (свыше 120 км) от осевого меридиана

Контрольный пример

Удаление (Y_m) от осевого меридиана, км	**ΔY , км**	**M_s по формулам**	
		(33)	**(37)**
100	30	0.999 876 176	0.999 876 176
120	30	0.999 822 090	0.999 822 101
200	30	0.999 507 420	0.999 507 462
300	30	0.998 892 938	0.998 893 142

Приложение 7
Контрольный пример вычисления координат в местной системе с двойным редуцированием. Перевычисление координат из МСК в СК42

Исходные данные

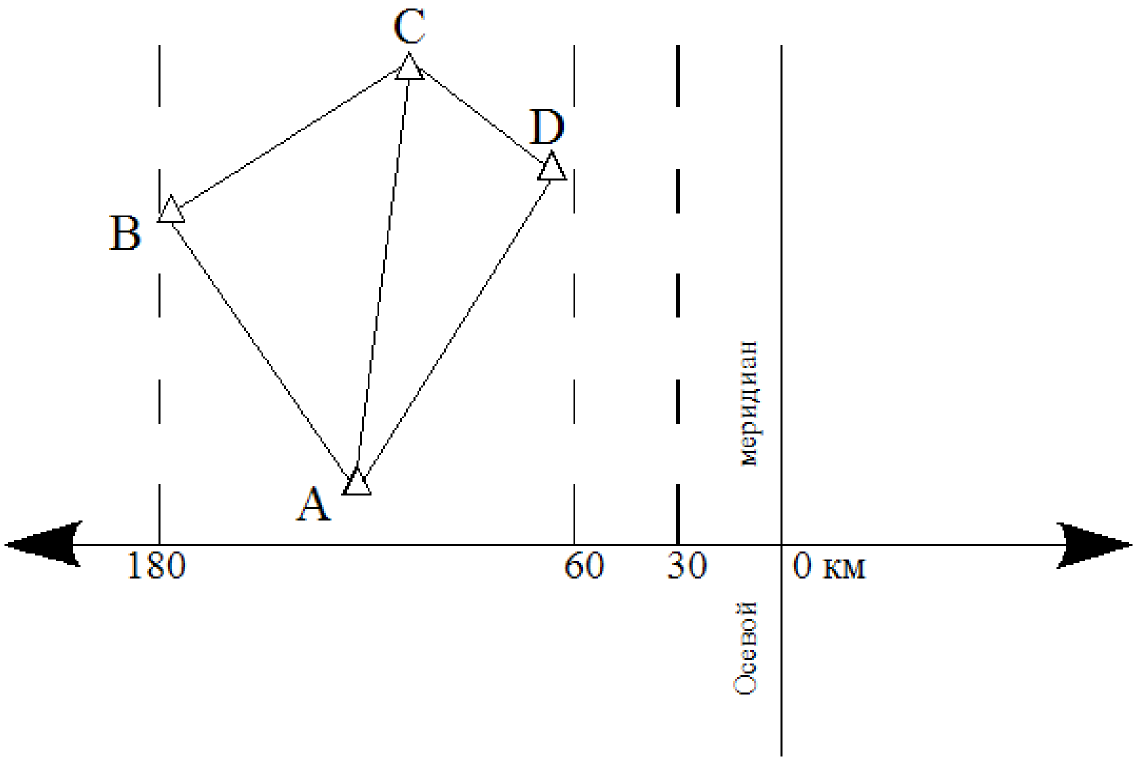


Рис.7.1 Схема сети

Каталог координат СК42

Пункты	X	Y
A	325 761.04	369 532.42
B	350 235.44	241 773.06
C	360 125.12	359 301.98
D	333 131.72	499 400.02

Примечание: В каталоге для удобства вычислений отброшены номера пояса и зоны.

Вычисление масштабных коэффициентов (m_i) первичного редуцирования сторон с плоскости эллипсоида на плоскость земной поверхности

Формулы:

; $\Delta y = y_i - y_{нач}$; $m_i = 1 + K_1 * Y^2 m + K_2 * \Delta y^2 + K_4 * Y^4 m + K_5 * Y^6 m$

K_1=-1.22904451^{-08} ; K_2=-1.02420376^{-09}; K_4=+1,25879200^{-16}; K_5-1.25831726^{-24}

Начальный - пункт А.

Таблица 7.1

Стороны	**Y_m**	**Δy**	**(m_s)**
A-B	-194.34726	-127.75936	0.999 519 241
A-C	-135.58280	-10.23044	0.999 774 003
A-D	-65.53378	129.86760	0.999 929 945
B-C	-199.46248	117.52892	0.999 497 073
C-D	-70.64900	140.09804	0.999 918 555
		$\sum(m_s)_1$	4.998 638 817
		$(m_s)_{1ср}$	0.999 727 763

Вычисление координат в местной системе (МСК) после первичного редуцирования

Формулы:

$$(X_{мск})_1=(X_{нач})_{42}+(X_i+X_{нач})_{42}*(m_s)_1$$

$$(Y_{мск})_1=(Y_{нач})_{42}+(Y_i+Y_{нач})_{42}*(m_s)_1$$

$(m_s)_1$=0.999 727 763 (см. п.7.1)

Таблица 7.2

Пункты	**$(X_{мск})_1$**	**$(Y_{мск})_1$**
A	325 761.04	369 532.420
B	350 228.777	241 807.841
C	360 115.765	359 304.765
D	333 129.713	499 364.665

Контроль вычислений (решение обратных геодезических задач) координат пунктов в МСК после первичного редуцирования

Таблица 7.3

Стороны	**S_{42}**	**α_{42}**	**$(S_{мск})_1$**	**$(\alpha_{мск})_1$**	**$(m_s)_1=\frac{(S_{мск})_1}{S_{42}}$**
A-B	130 082.475	280°50'40".43	130 047.062	280°50'40".43	0.999 727 765
A-C	35 854.594	343°25'16".84	35 844.833	343°25'16".84	0.999 727 761
A-D	130 076.595	86°45'05".92	130 041.183	86°45'05".92	0.999 727 760
B-C	117 944.278	85°11'24".27	117 912.169	85°11'24".27	0.999 727 761
C-D	142 674.821	100°54'20".97	142 635.979	100°54'20".97	0.999 727 758
				$(m_s)_{1ср}$	0.999 727 761

Примечание:

1. *Разность вычисленного $(m_s)_1$ таблица 7.1 и фактического $(m_s)_1$ таблица 7.3 составляет 2^{-09}.*
2. *Наибольшая разность $\Delta(m_s)_1$таблица 7.3 по всем сторонам равна 7^{-09}, что для той же линии составит 1,8 мм.*

Вторичное вычисление масштабных коэффициентов для определения поправок за удаление пунктов от частного осевого меридиана, проходящего через начальный пункт

Формулы те же, что и в п.7.1., кроме выражения для Уm, вместо которого вычисляется $У''_m$=где $У_i=(У_{iмск})$, из п.7.2.

$\Delta Y=(Y_{МСК})_1- Y_{нач}$

Таблица 7.4

Стороны	Y''_m, км	ΔY, км	$(m_s)_2$
A – B	-63 862.290	-127.724 579	0.999 933 165
A - C	-5 113.828	-10.227 655	0.999 999 571
A - D	-64 916.122	+129.832 245	0.999 930 942
B – C	-68 976.117	+117.496 924	0.999 927 385
C - D	+59 802.295	+140.05990	0.999 935 953
		∑	4.999 727 016
		Средняя $(m_s)_2$	0.999 495 403

Вычисление масштаба M_n

H_0=200 м

M_n=200/6378245=3.135 658 790^{-05}

Вычисление окончательного масштаба М

$M= (M_s)_{2ср}+ M_n$=0.999 976 759

Вторичное (окончательное) вычисление координат в МСК

Формулы

$$X_{мск}=(X_{нач})_{42}+[(X_{iмск})_1-(X_{нач})_{42}](m_s)_2$$

$$У_{мск}=(У_{нач})_{42}+[(У_{iмск})_1-(У_{нач})_{42}](m_s)_2$$

М=0.999 976 759

Таблица 7.5

Пункты	$X_{мск}$	$Y_{мск}$
A	325 761.04	369 532.42
B	350 228.208	241 810.809
C	360 114.967	359 305.003
D	333 129.542	499 361.648

Координаты $X_{мск}$ и $Y_{мск}$ являются окончательными в местной системе координат, исправленными поправками за удаление пунктов от осевого меридиана зоны и от частного меридиана, проходящего через начальный пункт.

Контроль вычислений (решение обратных геодезических задач) окончательных координат в местной системе

Таблица 7.6

Стороны	S42	α42	Sмск	αмск	m_s
A – B	130 082.475	280º50´40″.43	130 044.040	280º50´40″.43	0.999 704 533
A - C	35 854.594	343º25´16″.84	35 844.000	343º25´16″.84	0.999 704 528
A - D	130 076.595	86º45´05″.92	130 038.161	86º45´05″.92	0.999 704 527
B – C	117 944.278	85º11´24″.27	117 909.430	85º11´24″.27	0.999 704 538
C - D	142 674.821	100º54´20″.97	142 632.664	100º54´20″.97	0.999 704 523

$m_{s\ среднее}$ = 0.999 704 530
Наибольшее Δ m_s: 1.5^{-08}

Примечания:

1. *Расхождения значений m_s сторон сети в таблице 7.3 и в таблице 7.6 вызвано округлением вычисляемых сторон и координат до 1 мм.*

2. *Поправка за среднюю отметку района вычисляется только один раз перед вычислением окончательных координат путем подсчета коэффициента M= ms+ mh.*

Для каждого примера $m_s=(m_s)_2$, а коэффициент $m_h=\frac{Ho}{R}$, где Ho – средняя отметка района работ, R – 6 378 245 – средний радиус кривизны эллипсоида.

Тогда $M=(m_s)_2+\frac{Ho}{R}$.

3. *Обратный перевод координат из местной системы в систему СК42 осуществляется по тем же формулам (152), но вместо масштаба M применяется 1/ $M_{scреднее}$ из решения обратных геодезических задач (п.7.6).*

Перевычисление координат из МСК в СК42

Формулы

$$X_{мск}=(X_{нач})_{42}+[(X_i)_{мск}-(X_{нач})_{мск}]*\frac{1}{m_{s_{ср}}}$$

$$У_{мск}=(У_{нач})_{42}+[(Y_i)_{мск}-(Y_{нач})_{мск}]*\frac{1}{m_{s_{ср}}}$$

Таблица 7.7

Пункты	**Координаты**				**ΔX, мм**	**ΔУ, мм**
	перевычисление из МСК		**из каталога**			
	X	**У**	**X**	**У**		
A	325 761.04	379 532.42	325 761.04	379 532.42	0	0
B	330 235.440	320 773.059	330 235.44	320 773.06	0	+1
C	345 125.120	381 801.980	345 125.12	381 801.98	0	0
D	333 131.720	439 400.020	333 131.72	439 400.02	0	0

Формат 60x84 $^{1}/_{16}$ Условный печатный лист 5,75 (92 стр).
Подготовлена к изданию и отпечатано в ИВЦ AQATM
Госархитектстроя Республики Узбекистан
г.Ташкент. ул Абай,6
тел./факс: 244-83-13
Тираж 1 экз